

Análise probabilística da estabilidade de taludes de rejeitos de ouro considerando a teoria de campos aleatórios

Gracieli Dienstmann, Ph.D.

Professor, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: g.dienstmann@gmail.br.

André Luis Meier, Ms.C.

Doutorando, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: de.luis.meier@gmail.com

Natália Ziesmann, Ms.C.

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: nziesmann@gmail.com

Juliano Pasa de Campos,

Graduando, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil, Rua João Pio Duarte da Silva, 205, CEP 88037-000, Florianópolis, SC, Brasil. Email: jpasa.engenhariacivil@gmail.com

RESUMO: O presente artigo apresenta a caracterização estatística de um depósito de rejeito de ouro através da análise de ensaios piezocone. Foram analisados a média (μ), o desvio padrão (σ) e a função de densidade de probabilidade (PDF) dos parâmetros básicos do ensaio, como resistência de ponta (q_c), poropressão (u_2) e atrito lateral (f_s), além dos parâmetros derivados do ensaio: ângulo de atrito (ϕ) e resistência ao cisalhamento não drenada (S_u). Os dados dessa caracterização, juntamente com a definição de escalas de flutuação (ρ), foram utilizados em um conjunto de análises de probabilidade de falha. As análises de probabilidade de falha foram realizadas por meio da aplicação da Teoria do Campo Aleatórios, implementada no software RFEM. Foram avaliados dois cenários de comportamento, drenado e não drenado, indicando uma maior probabilidade de falha quando considerada a resistência não-drenada como parâmetro característico do material. Em relação a variabilidade espacial, observou-se uma correlação entre o aumento de escala de flutuação vertical (ρ_v) e a probabilidade de falha, exigindo uma consideração cuidadosa do impacto da escala de flutuação nas probabilidades avaliadas.

PALAVRAS-CHAVE: investigação de campo; análise numérica; elementos finitos

ABSTRACT: This article presents the statistical characterization of a gold tailings deposit through the analysis of piezocone tests. The mean (μ), standard deviation (σ), and probability density function (PDF) of basic test parameters such as tip resistance (q_c), pore pressure (u_2), sleeve friction (f_s), as well as derived test parameters: friction angle (ϕ) and undrained shear strength (S_u), were analyzed. The data from this characterization, along with the definition of fluctuation scales (ρ), were used in a series of failure probability analyses. Failure probability analyses were conducted through the application of Random Field Theory, implemented in the RFEM software. Two behavior scenarios, drained and undrained, were evaluated, indicating a higher probability of failure when considering undrained strength as the material characteristic parameter. Regarding spatial variability, a correlation was observed between increasing vertical fluctuation scale (ρ_v) and failure probability, requiring careful consideration of the impact of the fluctuation scale on the probabilities evaluated.

KEYWORDS: site investigation; numerical analysis, finite element

1 INTRODUÇÃO

Utilizar modelos de solo homogêneos para análises determinísticas ou probabilísticas, visando representar resistência e rigidez, pode resultar em resultados não representativos (e não conservadores) devido

à aleatoriedade inerente às propriedades do solo (Liu et al., 2018). Neste contexto, a Teoria dos Campos Aleatórios tem ganhado espaço nas aplicações em taludes, permitindo uma representação mais realista da aleatoriedade das propriedades do solo e dos modos de falha.

Diferentes propostas podem ser encontradas na literatura para considerar a variabilidade espacial do solo durante a análise de estabilidade de taludes. Entre elas, o Método de Elementos Finitos de Campo Aleatório (RFEM - *Random Finite Element Method*), introduzido por Fenton e Griffiths (2008), destaca-se como uma abordagem amplamente adotada. O método caracteriza-se pela geração de campos aleatórios de propriedades do solo usando o método de Subdivisão da Média Local (LAS - *Local Average Subdivision*) e utiliza a análise de elementos finitos para cálculos de tensão e deformação.

Apesar do progresso na implementação de rotinas que facilitam a modelagem de propriedades do solo aleatórias, muitas aplicações ainda dependem de dados puramente teóricos para definir caracterizações estatísticas apropriadas, como Funções de Densidade de Probabilidade (PDFs) teóricas e estruturas de correlação. Visando contornar essa limitação, ensaios de campo como o de piezocone podem ser utilizados para caracterização da variabilidade inerente do material. De acordo com Salgado et al. (2015), ensaios de piezocone, os quais fornecem medidas contínuas ao longo de um perfil vertical, oferecem um conjunto substancial de dados que permite o estabelecimento de relações confiáveis e minimiza possíveis erros em aplicações estatísticas e probabilísticas.

Dentro desse contexto, o presente trabalho investiga a caracterização estatística de parâmetros-chave, incluindo a média (μ), coeficiente de variação (COV), escalas de flutuação (ρ) e Funções de Densidade de Probabilidade (PDFs), por meio da análise de sondagens de piezocone. Uma série de ensaios realizados em rejeito de mineração de ouro será utilizado como referência. Os parâmetros estatísticos caracterizados serão utilizados em análises probabilísticas aplicadas a estabilidade de taludes considerando a teoria de campos aleatórios.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Variabilidade Inerente

Phoon e Kulhawy (1999) classificam as fontes de incerteza em geotecnia em três grandes grupos de influência: Grupo (i) variabilidade espacial inerente - definida por processos geológicos naturais de formação que produzem e continuamente modificam a massa do solo *in situ*; Grupo (ii) variabilidade devido à incerteza de medidas - estatística associada ao nível de investigação de campo, tanto relacionada a representatividade da investigação, como aquela causada por má calibração de equipamentos, e procedimentos do operador e de ensaios; e Grupo (iii) incerteza relacionada à transformação de modelos - fonte de incerteza que é introduzida quando medidas de campo ou de laboratório são transformadas em parâmetros de projeto usando modelos baseados em correlações empíricas e ou numéricas.

O presente trabalho objetiva caracterizar a variabilidade inerente dos materiais (Grupo (i)), devido ao processo de formação. Neste sentido, assume-se que a investigação é representativa, que os ensaios foram executados de forma apropriada, com equipamentos calibrados. Para tanto, a análise irá se embasar inicialmente na caracterização dos parâmetros básicos dos ensaios, medidas diretas. Na sequência, incorpora-se também a incerteza do modelo de transformação (Grupo (iii)), através da análise estatística de parâmetros derivados (e.g. ângulo de atrito).

Serão caracterizadas medidas básicas estatísticas como média (μ), desvio padrão (σ), coeficiente de variação (COV), função densidade de probabilidade (FDP - normal, lognormal, etc), distância de correlação (ρ). Em especial, a distância de correlação indica a distância na qual existe forte correlação entre medidas de um determinado parâmetro. Modelos de aproximação teórica podem ser utilizados para cálculo da distância de correlação (para definição e maior detalhamento de conceitos recomenda-se a leitura de Uzielli et al., 2005; Kenarsari et al., 2013; e Zhang et al., 2021).

2.2 Teoria de campo aleatório

A variabilidade do solo pode ser considerada com dois componentes (Phoon e Kulhawy, 1999): um componente de tendência determinística (frequentemente dependente da profundidade) e um componente de flutuação, seguindo a Equação 1.

$$\xi(x) = t(x) + w(x) \quad (1)$$

onde, $\xi(x)$ é o parâmetro geotécnico a ser modelado, $t(x)$ é a componente de tendência e $w(x)$ é a componente de flutuação, ou ruído. Diferentes métodos podem ser encontrados na literatura para geração de ruído, no presente trabalho o modelo proposto por Fenton e Griffiths (2008), *Local Average Subdivision (LAS)* foi utilizado. O método LAS divide as médias globais em regiões subdivididas de tal forma que as médias locais das divisões preservam sempre o valor global geral, chamado de pai. Este método fornece uma diretriz para gerar a variação de célula para célula necessária guiada por uma estrutura de correlação (comprimento de correlação). Os dados de entrada para a geração do campo aleatório considerando o método LAS consistem em escala de flutuação vertical (ρ_v) e horizontal (ρ_h), função de densidade de probabilidade (PDF), média (μ) e desvio padrão (σ) das propriedades.

2.3 Probabilidade de Falha

A probabilidade de falha pode ser obtida através da razão entre casos de insucesso e casos totais avaliados. De fato, numerosas simulações de campos aleatórios são necessárias em uma abordagem considerando o Método de Monte Carlo (MMC) para determinar uma probabilidade de falha P_f de acordo com a Equação 2:

$$P_f = \frac{n_f}{n_t} \quad (2)$$

onde n_f é o número de simulação que resultaram em falha do talude; n_t é o número total de simulações. Os critérios de estabilização do MMC podem ser diretamente definidos por meio da verificação da média de P_f com sua variância em um nível de confiança desejado (ver Melchers e Beck, 2018).

No contexto da análise de elementos finitos, cabe ainda destacar que os casos de insucesso podem ser estabelecidos a partir da adoção de um critério de convergência numérica. Também é recomendado à avaliação de zonas plásticas, que indicam superfícies críticas de deslizamento ou deformação significativa do talude (Dyson e Tolooiyan, 2019). No software RFEM, critérios de tolerância para definir a falha podem ser estabelecidos pelo usuário. Para a aplicação apresentada, um número máximo de interações de 500 com erro de 10^{-5} foram considerados.

3 LOCAL DE ESTUDO

3.1 Caracterização básica

O material de referência utilizado no presente estudo consiste em ensaios de piezocone realizados em rejeitos de ouro, depósito Fazenda Brasileiro, localizado na região leste do estado da Bahia. O referido local tem sido objeto de investigação desde 2002 (Bedin, 2010; Klahold, 2013; Sosnoski, 2016; e Nierwinski, 2019). As campanhas de investigação compreendem ensaios de laboratório e campo e indicaram que o material disposto nos lagos é predominantemente areia siltosa, pouco ou não plástico, com alto peso específico de sólidos (G_s - variando de 2,79 a 3,30 g/cm³). Em laboratório foram realizados ensaios triaxiais e determinados ângulo de atrito (ϕ) em torno de 30 graus e um índice de compressibilidade λ de 0,05 (Bedin et al., 2012; Nierwinski, 2019).

A caracterização em campo foi realizada através da execução de onze (11) ilhas de investigação, nas quais foram coletadas amostras e foram realizados ensaios *in situ*, ensaios de piezocone (tanto CPTu convencional quanto SCPTu com medições sísmicas), ensaio dilatômetro sísmico (SDMT) e ensaios de palheta. A seguinte nomenclatura será usada para representar os ensaios de piezocone de diferentes campanhas: PZC01 a PZC08, Bedin (2010); I1K e I2K, Klahold (2013); e I1S, Sosnoski (2016).

3.2 Caracterização estatística

A caracterização da variabilidade dos rejeitos de ouro foi realizada para cada sondagem vertical de piezocone considerando ensaios realizados na velocidade de penetração padrão ($v=20$ mm/s). Foram avaliados 11 perfis de sondagem, as quais tiveram um número de dados por ensaio variando de 370 a 1047. Os valores médios, coeficiente de variação (COV) e Escala de Flutuação dos parâmetros q_c , f_s e u_2 e seus valores residuais (após remoção de tendência) foram caracterizados. As funções de densidade de probabilidade (PDFs) de cada parâmetro e de parâmetros de resistência derivados também foram avaliadas.

Um resumo dos resultados encontrados é apresentado na Tabela 1. Os valores médios de q_c variaram de 392,50 a 4677,74 kPa, os valores médios de f_s variaram de 3,13 a 34,40 kPa, e os valores médios de u_2 variaram de 36,46 a 132,38 kPa. Os coeficientes de variação COVs exibiram uma faixa de 0,18 a 5,27 (equivalente a 18% a 527%). Os valores de COV após a remoção das tendências se mostraram, de forma geral, semelhantes, quando considerada as medidas de q_c e f_s . Destaca-se que a faixa de amplitude de COV é alta, mas similar à de estudos conduzidos em materiais siltosos e rejeitos de mineração (Villavicencio et al., 2011).

Tabela 1. Estatística para os valores de q_c , f_s e u_2 em diferentes ilhas de investigação

Sondagem	q_c				f_s				u_2			
	média (kPa)	COV	COV res	PDF best fit	média (kPa)	COV	COV res	PDF best fit	média (kPa)	COV	COV res	PDF best fit
I1K	392.5	0.76	0.81	LN	3.52	0.83	0.83	LN	101.74	0.77	0.36	N
I1S	553.99	0.9	0.93	EXP	6.27	0.61	0.6	LN	132.88	0.5	0.33	N
I2K	879.61	1.2	1.04	EXP	15.59	2.71	2.54	-	69.69	0.87	0.7	-
PZC 01	863.6	0.87	0.85	-	7.34	0.78	0.82	EXP	111.05	0.54	0.32	N
PZC 02	3145.89	0.37	0.41/0.69*	LN	22.93	0.5	0.43/0.69*	N	93.97	0.28	0.64/0.33	-
PZC 03	3852.24	0.67	0.67	LN	34.4	0.67	0.73	LN	93.2	0.34	0.62	N
PZC 04	738.44	0.92	0.83	-	6.49	0.81	0.8	-	106.42	0.52	0.26	N
PZC 05	4467.74	0.3	4.63	N	31.61	0.26	0.33	N	57.34	0.53	1.07	N
PZC 06	174.56	0.46	0.47	N	3.13	0.69	0.49	N	86.72	0.51	0.18	N
PZC 07	1785.63	1.23	0.86/0.56*	-	8.39	0.91	1.47/0.43*	-	36.52	0.91	0.60/0.42	N
PZC 08	373.13	1.21	0.71/0.71*	EXP	6.08	0.46	0.37/0.45*	LN	74.13	0.72	5.27/0.33	-

*quebras de tendência. OBS: Na tabela 1 leia-se N - distribuição normal, LN – distribuição lognormal, e EXP – distribuição exponencial.

Para estabelecer leis estatísticas apropriadas para modelar a variabilidade dos rejeitos, foram construídos histogramas dos parâmetros q_c , f_s e u_2 e comparados seus resultados com Funções de Densidade de Probabilidade (PDFs) teóricas. A análise de histogramas típicos pode ser consultada em detalhes em Perini (2021) e Dienstmann et al. (2023). A Tabela 1 fornece um resumo dos dados estatísticos e das melhores PDFs de ajuste para cada sondagem. Com base nos resultados encontrados verificou-se que a grande variabilidade do material levou a diferentes aplicações potenciais de funções de densidade de probabilidade (PDFs). Como exemplo, para as Ilhas I1K e PZC03, a distribuição lognormal mostrou-se adequada para modelar a variabilidade dos dados de q_c e f_s , enquanto uma distribuição normal mostrou-se apropriada para modelar os dados de u_2 . Já em ilhas como Ilha PZC05 e Ilha PZC06, a distribuição de dados de q_c , f_s e u_2 foram consideradas mais próximas de distribuições normais. Em alguns casos, a distribuição exponencial mostrou-se adequada para modelar certos parâmetros em sondagens específicas, como q_c em I1S, I2K e PZC08. O software Rstudio foi utilizado nas análises e foram priorizadas as funções normal, lognormal, exponencial, gama e Weibull, nessa ordem, funções com aplicações estabelecidas na literatura de engenharia geotécnica.

Visando aplicações numéricas foram calculados os valores de ângulo de atrito a partir dos dados piezocone e correlações de Kulhawy e Mayne (1990), Mayne e Campanella (2005). As Equações 3 (para areias limpas) e 4 (para tipos de solos mistos) foram empregadas para calcular os valores do ângulo de atrito com base na razão de proressão B_q , conforme indicado:

$$\phi' = \arctan \left[0.1 + 0.38 \log \left(\frac{q_t}{\sigma'_{v0}} \right) \right] \rightarrow \text{para } B_q < 0.1 \quad (3)$$

$$\phi' = 29.5^\circ \times B_q^{0.121} [0.256 + 0.336B_q + \log Q] \rightarrow \text{para } 0.1 < B_q < 1 \text{ e } 20^\circ < \phi' < 45^\circ \quad (4)$$

A resistência ao cisalhamento não drenado (S_u) foi determinada usando a Equação 5 para valores de B_q superiores a 0,4, indicando comportamento não drenado.

$$S_u = \frac{(q_t - \sigma_{v0})}{N_{kt}} \quad (5)$$

Nessas equações, q_t representa a resistência total da ponta, σ_v e σ'_v são as tensões verticais totais e efetivas, respectivamente, e N_{kt} é um coeficiente de correção. A resistência ao cisalhamento não drenado foi determinada a partir de calibrações com ensaios de palheta, resultando em um fator N_{kt} de 12.

No caso de parâmetros de resistência derivados a Figura 2 apresenta a análise de aderência a funções normal e lognormal para o ângulo de atrito. A apresentação é composta pela plotagem de histograma e funções teóricas, Figura 2a, complementados com gráficos de quantis (Q-Q plots), Figura 2b. Os gráficos de quantis Q-Q são utilizados para comparação direta entre a distribuição real dos parâmetros e aquela obtida quando uma distribuição teórica é considerada. Um bom ajuste é indicado quando os pontos no gráfico formam aproximadamente uma reta. Com base nos resultados apresentados verifica-se que o ângulo de atrito, de forma geral, se adequa bem à representação por uma distribuição normal ou lognormal, indicando um valor médio de $30,1^\circ$ com desvio de $4,72^\circ$ o que corresponde a um COV de 15,7%.

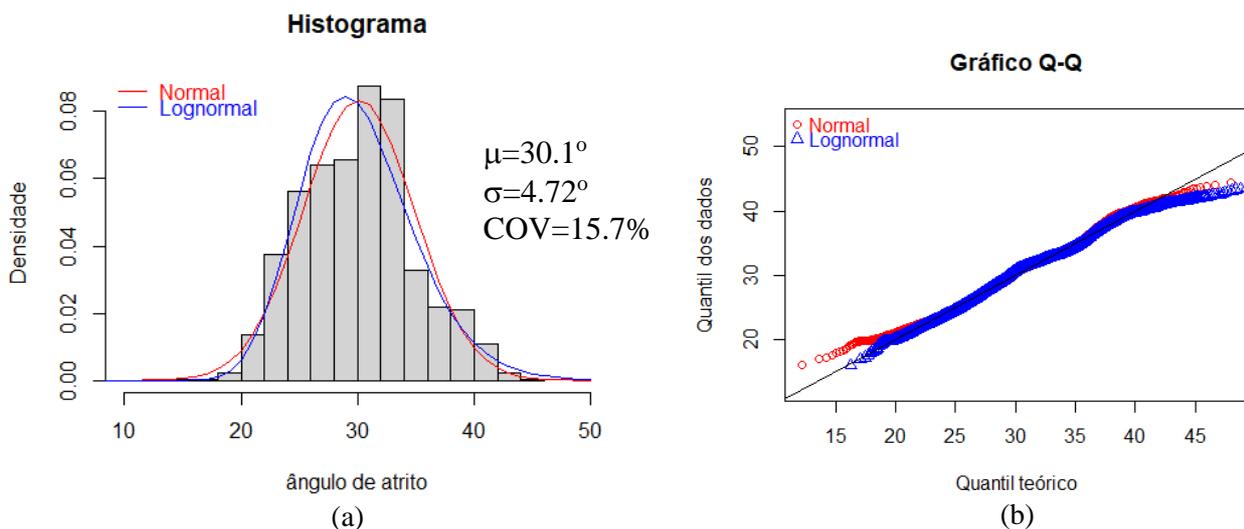


Figure 2. Análise PDF ângulo de atrito: (a) histograma; (b) quantis (adaptado de Dienstmann et al., 2023)

Na Figura 3 são apresentados histogramas e quantis para resistência não-drenada. Verifica-se que a distribuição lognormal pode ser considerada mais apropriada, indicando um valor médio de 12,94 kPa com desvio de 9,72 kPa o que corresponde a um COV de 71,9%.

A função de autocorrelação padrão $\rho(\tau)$, comumente referida como função de autocorrelação (ACF), foi utilizada para calcular as escalas verticais de flutuação, denotadas como ρ_v e medidas em metros. Os cálculos foram baseados em parâmetros incluindo q_c , f_s , u_2 e seus resíduos (após remoção da tendência). O processo envolveu o uso de modelos teóricos de ajuste de autocorrelação (AMFs) para determinar os comprimentos de correlação. Além dos AMFs, o método de Expedito de Vanmarcke (VXP) e a Método da Integração Direta da (SAI) também foram considerados para garantir a robustez dos resultados. Os valores calculados variam de 0,1 a 3,3 metros, não havendo discrepância quando calculadas as escalas considerando os parâmetros puros e seus resíduos. A Figura 4 mostra a aplicação de modelos teóricos para estimativa da escala de flutuação considerando as leituras de q_c , para a sondagem IK1. Padrões similares foram observados para as demais leituras.

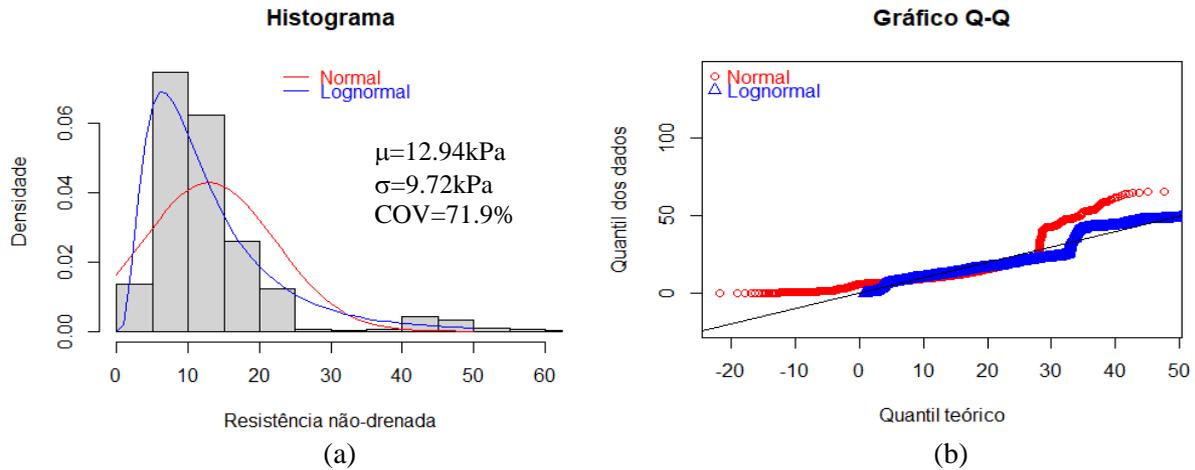


Figure 3. PDF resistência não-drenada: (a) histograma; (b) quantis (adaptado de Dienstmann et al., 2023)

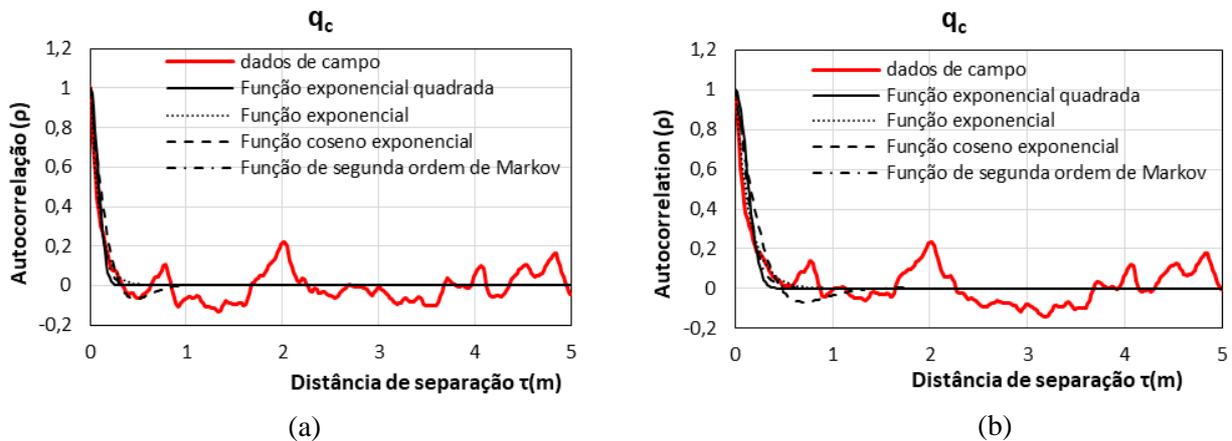


Figure 4. Distância de autocorrelação (a) medidas diretas (b) dados residuais – após remoção da tendência.

4 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Uma seção simplificada de um talude fictício foi considerada nas análises, conforme Figura 5. As condições de contorno definidas incluem uma base fixa e apoios laterais. A malha utilizada consistiu em elementos quadráticos com um comprimento lateral de 0,05 m. Na direção horizontal, a malha foi dividida em 60 elementos (3 m), e na direção vertical mais extensa, consistiu em 15 elementos (0,75 m). No total, foram considerados 610 elementos planos de oito nós, assumindo deformação plana. Essa geometria e discretização foram escolhidas após uma análise inicial de sensibilidade da malha.

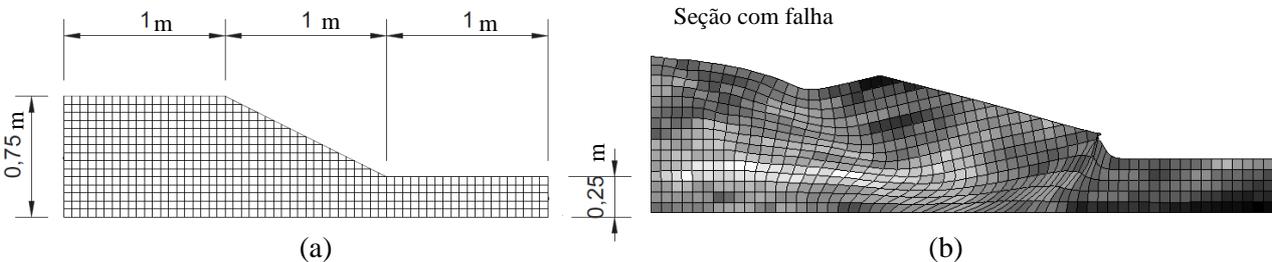


Figura 5. Seção característica RFEM: (a) geometria e discretização da malha; (b) seção com falha

Dois cenários foram modelados, material com comportamento drenado, tendo resistência representada pelo ângulo atrito, o qual foi considerado variável respeitando a distribuição normal, com valor médio de 30° e COVs de 0,2 e 0,5. Na segunda análise o material foi considerado com comportamento não-drenado e

resistência não-drenada variável, seguindo uma distribuição lognormal com valor médio de 2 kPa e COV de 0,2 e 0,5. Os parâmetros adotados, de forma geral, são similares a estatística caracterizada no item 3. Destaca-se que a resistência não drenada média caracterizada no item 3 foi normalizada pela tensão efetiva para determinação de uma resistência adequada para perfil em análise. O modelo constitutivo considerado no RFEM é o modelo elastoplástico com critério de plastificação de Mohr Coulomb. Nesse sentido, como parâmetros complementares nas modelagens foram adotados: módulo elástico de 10000 kPa, coeficiente de Poisson de 0,3; dilatação nula, e peso específico de 20 kN/m³. Ainda, foram avaliadas diferentes distâncias de correlação ρ_v de 0,15, 0,5 e 1,5m e ρ_h de 1, 2 e 10m (estas últimas retiradas da literatura). Resultados são apresentados na Figura 6.

Além da probabilidade de falha, no software RFEM é calculado um fator de segurança (fator de redução de parâmetros), nesse caso, considerando parâmetros médios do material. Os fatores de segurança obtidos foram de 2,5 para condição drenada e de 1,3 para condição não-drenada. Em relação a probabilidade de falha, quando considerada a condição drenada e COV de 0,2 as probabilidades de falha foram nulas, já com COV de 0,5 a probabilidade de falha foi de 1.4% a 4.7%. Observou-se um incremento na probabilidade de falha com o aumento da escala de flutuação vertical (Figura 6a). Quando modelado um comportamento não-drenado a probabilidade de falha foi de 9.4% a 45.2%, considerando COV de 0,2 e 0,5 respectivamente. O incremento da probabilidade de falha com o aumento da escala de flutuação foi observado nos resultados de COV de 0,2. Para o COV de 0,5 não houve evidência clara da influência da escala de flutuação (Figura 6b).

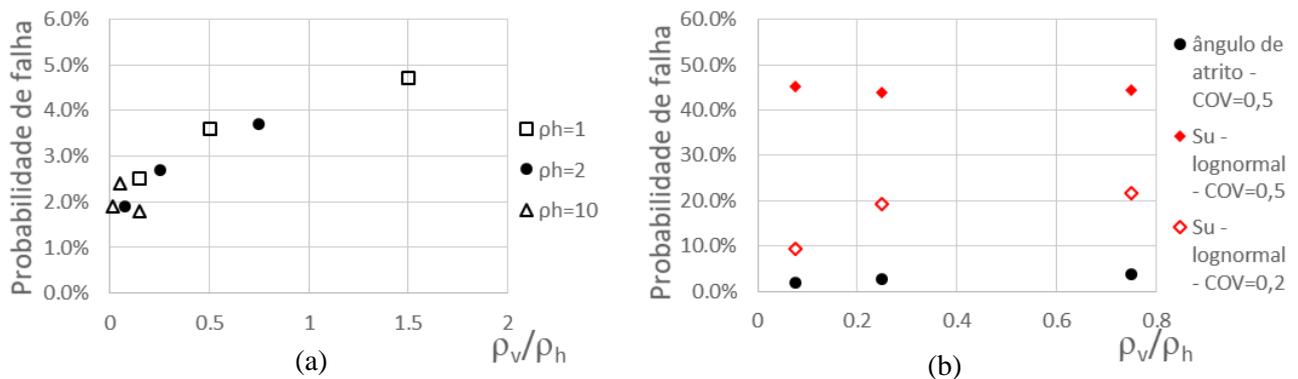


Figura 6. Probabilidade de falha: (a) comportamento drenado – ângulo de atrito COV=0,5; (b) comparativo comportamento drenado (ângulo de atrito) e não-drenado (S_u)

5 CONCLUSÕES

A presente análise enfatiza o papel crucial da incorporação da variabilidade do solo em estudos de estabilidade de taludes e destaca o potencial da Teoria do Campo Aleatórios. Para tanto, a utilização dos resultados dos ensaios de piezocone mostrou-se apropriada, permitindo o cálculo de valores médios, desvio padrão, aderência a funções de densidade de probabilidade (PDFs) e escalas de flutuação (ρ_v). Apesar da alta variabilidade nos resultados, foi viável avaliar a aderência tanto de distribuições normais quanto lognormais. Em termos da escala de flutuação caracterizada, a amplitude variando de 0,15 a 1,5m foi considerada nas análises. Observou-se uma correlação entre o aumento de ρ_v e a probabilidade de falha, exigindo uma consideração cuidadosa do impacto da escala de flutuação nas probabilidades avaliadas. Além disso, destacou a importância de definir cuidadosamente a condição fundamental do comportamento do material. Por exemplo, condições drenadas caracterizadas por ângulos de atrito mais altos foram associadas a menores probabilidades de falha. Por outro lado, condições não drenadas tenderam a resultar em maiores probabilidades de falha. Critérios de alerta podem ser estabelecidos com base nessas considerações, especialmente para a verificação e manutenção de sistemas de drenagem apropriados.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Santa Catarina (FAPESC) pelo apoio financeiro e de infraestrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bedin, J. (2010). *Estudo do comportamento geomecânico de resíduos de mineração*, 207 p, Tese (Doutorado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.
- Dienstmann, G., Ziesmann, N., Meier, A. L., & de Campos, J. P. (2023). Análise da variabilidade inerente através de em ensaios de piezocone: aplicação a resíduos de mineração. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*, 16(11), 28547–28564. <https://doi.org/10.55905/revconv.16n.11-227>
- Dyson, A.P. and Tolooiyan, A. (2019), Probabilistic investigation of RFEM topologies for slope stability analysis. *Computers and Geotechnics*, v. 114, p. 103–129.
- Fenton, G.A. and Griffiths, D.V. (2008). *Risk assessment in geotechnical engineering*. Hoboken: John Wiley and Sons Ltd., 2008. ISBN 0470178205.
- Kenarsari, A. E.; Chenari, R. J.; Eslami, A. Characterization of the correlation structure of residual CPT profiles in sand deposits. *International Journal of Civil Engineering*, v. 11, n. 1, p. 29–37, 2013.
- Klahold, P.A. (2013). *Interpretação de ensaios de campo em solos com Permeabilidade intermediária*, 105 p, Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.
- Kulhawy, F.H. and P.W. Mayne (1990) *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design*, Report EPRI EL6800, Electric Power Research Institute, Palo Alto, Calif., 1990, 306 pp.
- Liu, Y., Zhang, W.; Zhang, L.; Zhu, Z.; Hue, J.; Wei, H. (2018). Probabilistic stability analyses of undrained slopes by 3D random fields and finite element methods. *Geoscience Frontiers*, v. 9, n. 6, p. 1657–1664.
- Mayne, P.W. and Campanella, R.G., “Versatile Site Characterization by Seismic Piezocone,” *Proceedings, 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Vol. 2 (Osaka), Millpress, Rotterdam, The Netherlands, 2005, pp. 721–724.
- Melchers, R.E. and Beck, A.T. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 3. Ed. WILEY, 2018.
- Nierwinski, H.P. (2019). *Caracterização e comportamento geomecânico de rejeitos de mineração*. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil
- Perini, L. (2021) *Caracterização da Variabilidade de Rejeitos de Mineração de Ouro e sua Influência na Análise do Efeito da Velocidade no Ensaio CPTu*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Phoon, K.K. and Kulhawy F.H. (1999) Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal* 36: 612–624.
- Salgado, R.; Prezzi, M.; Ganju, E. (2015). *Assessment of site variability from analysis of cone penetration test data*. West Lafayette, IN: Purdue University.
- Sosnoski, J. (2016). *Interpretação de ensaios de CPTU e DMT em solos com permeabilidade intermediária*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Dissertação de Mestrado.
- Uzielli, M.; Vannucchi, G.; Phoon, K. K. (2005). Random field characterisation of stress-normalised cone penetration testing parameters. *Geotechnique*, 55(1), 3–20. doi:10.1680/geot.2005.55.1.3

- Villavicencio, A. G., Breul, P., Bacconnet, C., Boissier, D. & Espinace, A.R. (2011) Estimation of the Variability of Tailings Dams Properties in Order to Perform Probabilistic Assessment. *Geotechnical and Geological Engineering* volume 29, pages 1073–1084.
- Zhang, J-Z., Phoon, K.K., Zhang, D-M.; Huang, H-W. and Tang, C. (2021) Novel approach to estimate vertical scale of fluctuation based on CPT data using convolutional neural networks. *Engineering Geology*, Volume 294, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2021.106342>.