

# Análise da Variabilidade de Rejeitos de Bauxita a partir da Interpretação de Ensaios de Piezocone

Bianca de Córdova Caetani  
Engenheira Civil, PPGEC, UFSC, Florianópolis, Brasil, bibicaetani@gmail.com

Vinicius de Melo Martins  
Graduando em Engenharia Civil, UFSC, Florianópolis, Brasil, viniciusmartinsdlc@gmail.com

Lucas Bossi Savi  
Graduando em Engenharia Civil, UFSC, Florianópolis, Brasil, lucassavi123@gmail.com

Helena Paula Nierwinski  
Professora, PPGEC, UFSC, Florianópolis, Brasil, helenapaula@ufsc.br

Cláudio Cesar Zimmermann  
Professora, UFSC, Florianópolis, Brasil, claudio.zimmermann@ufsc.br

**RESUMO:** No âmbito da Geotecnia, a incerteza está constantemente presente devido à alta variabilidade do solo em um mesmo perfil. Em decorrência disso há uma elevada dificuldade para caracterização e simulação de amostras extraídas de campo. Os rejeitos de mineração, objeto de estudo deste artigo, enquadra-se como um solo de difícil extração e complexa caracterização em laboratório, reforçando que a investigação de campo é imprescindível para embasar modelos geomecânicos. O presente estudo visa estabelecer quantitativamente grandezas estatísticas como média, desvio padrão, escala de flutuação e função densidade de probabilidade, obtidas da análise de medidas diretas de ensaios de piezocone, como resistência de ponta, atrito lateral e poropressão. Um conjunto de dados provenientes de um depósito de rejeito de bauxita foi utilizado nas análises. Os valores encontrados para a escala de flutuação pelo método Adequação do Modelo de Autocorrelação (AMA) foram de  $1,8 \pm 1,47$  m para ( $q_c$ ),  $1,52 \pm 1,11$  m para ( $f_s$ ) e  $2,2 \pm 1,32$  m para ( $u_2$ ). Os resultados indicam um material com alta variabilidade, corroborando outros estudos da literatura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Variabilidade geotécnica, rejeito de mineração, escala de flutuação, coeficiente de variação, função de densidade de probabilidade.

**ABSTRACT:** In Geotechnics, uncertainty is constantly present due to the high variability of soil within the same profile. Consequently, characterizing and simulating samples extracted from the field pose significant challenges. This study focuses on mining tailings, a soil with difficult extraction and complex laboratory characterization, necessitating field investigations to support geomechanical models. The research aims to quantitatively establish statistical parameters such as mean, standard deviation, fluctuation scale, and probability density function derived from the analysis of direct measurements of piezocone tests, such as tip resistance, lateral friction and pore pressure. The data from a bauxite mining tailings deposit were employed in the analyses. The values found for the fluctuation scale by Theoretical Autocorrelation Method (TAM) were  $1,8 \pm 1,47$  m for ( $q_c$ ),  $1,52 \pm 1,11$  m for ( $f_s$ ) e  $2,2 \pm 1,32$  m for ( $u_2$ ). The results reveal a material with high degree of variability, corroborating other studies in the literature.

**KEYWORDS:** Geotechnical variability, mine tailing, scale of fluctuation, coefficient of variation, probability density function.

## 1 INTRODUÇÃO

Solos naturais possuem elevada heterogeneidade por conta dos processos geológicos de formação, da composição química e mineralógica, histórico de tensões e modificações antropológicas, como movimentações

necessárias para a execução de obras de Engenharia (Lambe e Whitmann, 1979). A heterogeneidade acentua-se em materiais geotécnicos provenientes da indústria, a exemplo dos rejeitos de mineração, por conta de processos modificadores adicionais (Mulenshi et al., 2021).

Como os rejeitos de mineração apresentam comportamento pouco plástico, é difícil a extração de corpos de prova indeformados para a análise laboratorial, bem como a determinação das características e dos parâmetros associados, principalmente relacionados à suscetibilidade à liquefação e segurança das barragens (Nierwinski et al., 2024). Neste cenário, a investigação geotécnica de campo torna-se crucial para identificação dos parâmetros e condicionantes do material utilizados para o estabelecimento de medidas de segurança e diminuição de riscos.

Os ensaios de cone e piezocone (CPTu) são uns dos mais importantes instrumentos utilizados na investigação de campo, pois geram resultados que permitem a determinação da estratigrafia detalhada e das propriedades do solo (SCHNAID; ODEBRECHT, 2012). No entanto, destaca-se que a interpretação dos dados obtidos pelos ensaios CPTu para a caracterização de variáveis geotécnicas de rejeitos de mineração exige cautela, tendo em vista as características de granulometria siltosa e elevada variabilidade desse tipo de material advinda do processo construtivo empregado e das inúmeras fontes de extração mineral. A exploração da variabilidade espacial dos resultados analisados permite incorporar a incerteza aos resultados, estabelecendo, além de um fator de segurança determinístico, qual a probabilidade de falha associada.

O presente estudo objetiva, portanto, a caracterização da variabilidade de um rejeito de mineração de bauxita, por meio de resultados obtidos de ensaios CPTu. A partir de medidas diretas obtidas do ensaio, serão quantificados parâmetros estatísticos como média, desvio padrão, coeficiente de variação, função de densidade de probabilidade e escala de flutuação.

## 2 VARIABILIDADE E INCERTEZAS DAS PROPRIEDADES DOS SOLOS

Ao somar-se a variabilidade natural dos solos com os erros de medições e do modelo utilizado na correlação paramétrica, obtém-se a incerteza total de um parâmetro do solo (PHOON; KULHAWY, 1999). Variáveis como média e desvio padrão, frequentemente usados para a descrição da variabilidade do solo, são insuficientes (Baecher & Christian, 2003). Assim, utilizam-se parâmetros como tendência, coeficiente de variação (COV) e escala de flutuação ( $\delta$ ), que são o foco deste artigo e serão detalhados a seguir.

Para Uzielli (2008), as incertezas estimadas são fundamentais para avaliar com confiança a seleção de valores característicos em projetos, oferecendo informações mais abrangentes sobre o nível de risco associado. Portanto, para abordar as incertezas coerentemente, caracteriza-se a variabilidade espacial dos parâmetros.

A variabilidade inerente de uma determinada propriedade do solo ( $\xi(z)$ ) é representada na Figura 1. Tal variabilidade, para Phoon et al. (1995), pode ser decomposta na tendência ( $t(z)$ ) e no resíduo da tendência ( $w(z)$ ) ao longo da profundidade  $z$ , demonstrada pela equação (1).

$$\xi(z) = t(z) + w(z) \quad (1)$$

O resíduo da tendência e ou ruído  $w(z)$  pode ser associado a características de variação espacial, como média, desvio padrão, função densidade de probabilidade associada (PDF) e correlação espacial.

A correlação espacial, medida pela distância de correlação, também chamada de escala de flutuação  $\delta$ , identifica de forma direta a distância na qual existe forte correlação entre parâmetros. De acordo com Salgado et al. (2015), por gerar uma extensa base de dados ao registrar continuamente informações do solo, os resultados do ensaio CPTu são adequados para estimar a escala de flutuação e para estudos relativos à variabilidade. A escala de flutuação é caracterizada em metros.

A escala de flutuação pode ser determinada por meio de três principais métodos: Método Expedido de Vanmarcke (MEV); Integração da função de Autocorrelação da Amostra (IAA), e Adequação do Modelo de Autocorrelação (AMA), que será abordado com mais detalhes pois é o método aplicado neste estudo.

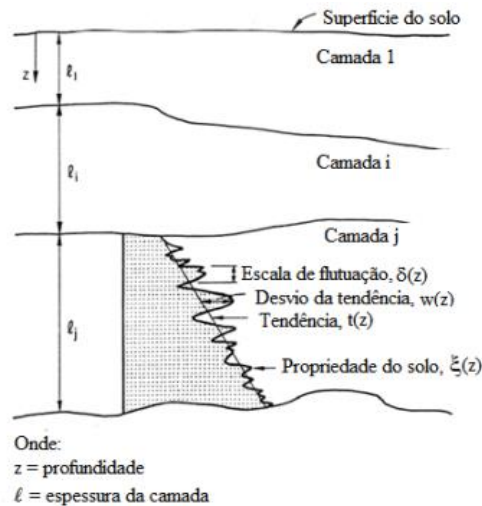


Figura 1. Variabilidade de uma propriedade do solo na profundidade. Adaptado de Phoon et al. (1995)

O método de Adequação do Modelo de Autocorrelação (AMA) baseia-se em encontrar funções teóricas que melhor descrevem a função autocorrelação dos dados (KENARSARI, CHENARI E ESLAMI, 2012). As funções de correlação são explicitadas na Tabela 1, em que  $\delta$  é a escala de flutuação e  $\tau$  é a distância de separação.

A aplicação do método AMA consiste em calcular a correlação dos dados reais ( $\rho$ ) de acordo com a distância de separação e utilizar as equações propostas visando encontrar numericamente o melhor ajuste de curva.

Tabela 1: Funções de autocorrelação – modelos teóricos

Modelo	Função de Autocorrelação
Exponencial	$\rho(\tau) = \exp\left(-\frac{2 \tau }{\delta}\right)$
Exponencial quadrático	$\rho(\tau) = \exp\left(-\pi\left(\frac{\tau}{\delta}\right)^2\right)$
Cosseno exponencial	$\rho(\tau) = \cos\left(\frac{\tau}{\delta}\right) \exp\left(-\frac{ \tau }{\delta}\right)$
Markov de segunda ordem	$\rho(\tau) = \left(1 + \frac{4 \tau }{\delta}\right) \exp\left(-\frac{4 \tau }{\delta}\right)$

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Materiais

Este artigo estuda um depósito de rejeito de bauxita, no norte do Brasil. No local foram realizados ensaios CPTu conforme a ASTM D3441-16:2018, em 4 pontos distintos. Os diferentes pontos de ensaio foram nomeados de: CPTU-01, CPTU-02, CPTU-03, CPTU-04. O material analisado apresenta elevada variabilidade vertical, de modo que se considerou para o estudo uma camada única.

Na Figura 2 são apresentados os perfis típicos de cada ponto de investigação, com a plotagem da resistência de ponta ( $q_c$ ), atrito lateral ( $f_s$ ) e poropressão gerada ( $u_2$ ).

## 3.2 Método

A caracterização da variabilidade inerente do solo foi feita a partir da análise dos resultados obtidos diretamente pelo ensaio: resistência de ponta ( $q_c$ ), atrito lateral ( $f_s$ ) e poropressão gerada ( $u_2$ ).

As análises estatísticas de média, desvio padrão, coeficiente de variação (COV) e escala de flutuação para cada furo foram resolvidas por meio de um algoritmo em Python. A escala de flutuação foi estimada por meio da Adequação do Modelo de Autocorrelação (AMA), visto que conforme resultados de Perini e Dienstmann (2019), escalas de flutuação obtidas pelo método MEV apresentam valores menores e mais discrepantes em relação aos outros dois métodos. Para sua implementação, são calculados diversos modelos e busca-se o que melhor se adequa à estrutura de autocorrelação. Foi feita análise de aderência a funções teóricas de probabilidade (PDF).

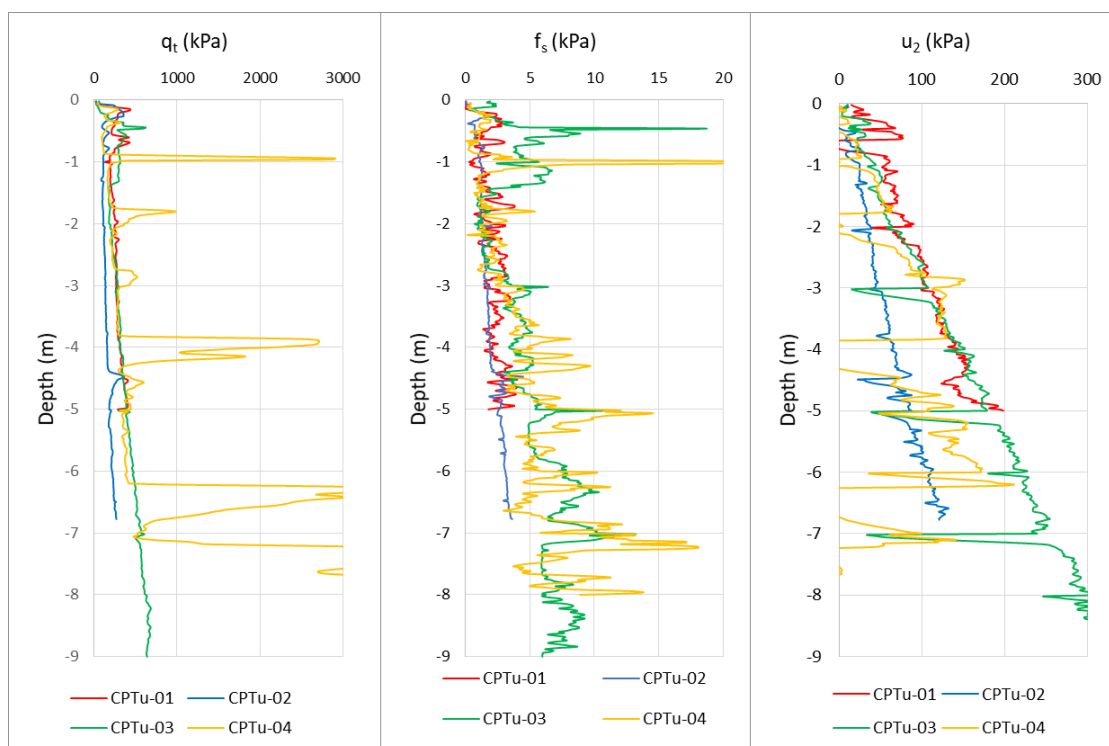


Figura 2. Perfil das leituras de 4 ensaios CPTu em rejeito de mineração de bauxita.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Média, Desvio Padrão e COV

A Tabela 2 apresenta os resultados gerais de média, desvio padrão e coeficiente de variação (COV) para cada ensaio CPTu. O rejeito de mineração de bauxita apresentou valores médios de resistência de ponta ( $q_c$ ) variando de 174,33 a 869,57 kPa; atrito lateral ( $f_s$ ) variando de 2,12 a 5,18 kPa e poropressão gerada ( $u_2$ ) variando de 56,48 a 157,46 kPa. Os valores obtidos para o coeficiente de variação COV vão de 0,24 a 1,3 (24 a 130%), demonstrando a alta variabilidade do material. Comparando com resultados obtidos por outros autores, Perini e Dienstmann (2019) obtiveram valores de COV para rejeito de mineração de ouro variando de 20,2% a 154,3%, próximos ao encontrado neste trabalho, caracterizando comportamento parecido de rejeitos de mineração. Liu e Chen (2010) encontraram valores de COV para materiais arenosos, siltosos e argilosos variando de 65% a 255% para ( $q_c$ ) e de 46% a 216% para ( $f_s$ ).

Tabela 2: Valores estimados de média, desvio padrão, COV e escala de flutuação para os dados do rejeito de bauxita.

Furo	$q_c$ (kPa)			$f_s$ (kPa)			$u_2$ (kPa)		
	média	desvio padrão	COV	média	desvio padrão	COV	média	desvio padrão	COV
CPTU-01	245.92	60.31	0.24	2.12	0.87	0.41	94.34	44.13	0.47
CPTU-02	174.33	68.48	0.39	2.35	1.11	0.47	78.42	53.01	0.68
CPTU-03	345.74	132.28	0.38	5.18	2.53	0.49	157.47	95.93	0.61
CPTU-04	869.57	1132.92	1.3	4.88	3.7	0.76	56.48	61.24	1.08

#### 4.2 Escala de flutuação

A Tabela 2 apresenta os valores de escala de flutuação calculados para os resultados  $q_c$ ,  $f_s$  e  $u_2$  para os 4 furos de CPTu. A Tabela 3 resume os valores obtidos na análise da escala de flutuação, destaca-se que por simplificação foi utilizado somente o método AMA. A média apresentada é relativa aos valores estimados de escala de flutuação nos 4 pontos de investigação. A variação traz os valores mínimos e máximos da escala de flutuação e seu coeficiente de variação (COV) indica a dispersão dos valores da escala de flutuação em relação à média da escala de flutuação e é calculado pela razão entre o desvio padrão pela média.

Tabela 2: Escalas de flutuação dos resultados pelo método AMA para cada furo (em metros)

Furo	$\delta$		
	$q_c$	$f_s$	$u_2$
CPTU-01	0,33	0,27	2,07
CPTU-02	2,35	2,72	2,42
CPTU-03	3,6	2,15	3,77
CPTU-04	0,93	0,96	0,55

Tabela 3: Análises da escala de flutuação pelo método AMA (em metros)

método	medida	$q_c$	$f_s$	$u_2$
AMA	média	1,8	1,5	2,2
	variação	0,33-3,6	0,27-2,72	0,55-3,77
	desvio padrão	1,47	1,11	1,32
	COV	81%	73%	60%

Perini e Dienstmann (2019) apresentam resultados de escala de flutuação pelo método AMA com média de 0,80 para a resistência de ponta ( $q_c$ ), 0,92 para o atrito lateral ( $f_s$ ) e 2,67 para a poropressão gerada ( $u_2$ ) e COVs de 69%, 98% e 54% para cada um dos resultados respectivamente. Ressalta-se a maior proximidade dos resultados da poropressão com os do presente trabalho.

Devido à escassez de resultados para a escala de flutuação para rejeitos de mineração na literatura, eles serão comparados com argila e siltes, pois se comportam de forma similar a esses tipos de solo. A Tabela 4 exibe valores de escala de flutuação vertical encontrados para a resistência de ponta ( $q_c$ ) na literatura.

Tabela 4: Resumo de valores de escala de flutuação para  $q_c$  encontrados na literatura.

Referência	Tipo de solo	( $\delta_v$ ) (m)
Jaksa et al. (1999)	Argila	0,63-2,55
Liu e Chen (2010)	Silte arenoso e argila siltosa	0,36-3,94
Eslami Kenarsari et al. (2013)	Areia	0,36-2,44
Uzielli et al. (2006)	Areia e argila	0,1-3,0
Phoon e Kulhawy (1999)	Areia e argila	0,1-2,2

### 4.3 Função de Densidade de Probabilidade (PDF)

A análise de aderência a funções teóricas de probabilidade (PDF) pode ser realizada através da plotagem e comparativo direto entre histograma e funções. Complementam a análise os gráficos Q-Q (quantis), utilizados para avaliar a congruência entre a distribuição de uma variável e uma distribuição teórica escolhida, que possui a mesma média e variância que os dados da amostra. Em relação a gráficos Q-Q, a expectativa é que os pontos se alinhem aproximadamente ao longo de uma linha reta quando a função de densidade de probabilidade (PDF) mais adequada for identificada. Na Figura 3 serão apresentados os histogramas e gráficos Q-Q para o furo CPTu-04, visto sua maior variabilidade ao longo da profundidade.

Analisando a resistência de ponta ( $q_c$ ), conclui-se que as funções de densidade de probabilidade (PDF) que melhor se aproximam da amostra são weibull e gamma. Analisando o gráfico Q-Q e o histograma do atrito lateral ( $f_s$ ), a funções de densidade de probabilidade (PDF) que melhor se ajustam são lognormal, weibull e gamma. Já para a poropressão gerada ( $u_2$ ), o gráfico Q-Q e o histograma apresentados indicam que função de densidade de probabilidade (PDF) que melhor se ajusta é a normal.

Em relação à resistência de ponta, as distribuições Weibull e Gamma indicam que essa segue uma distribuição assimétrica e pode variar de acordo com diferentes formas e taxas de escala, comuns em dados que apresentam variações extremas ou dependem de múltiplos fatores. As distribuições Lognormal, Weibull e Gamma sugerem que o atrito lateral também é assimétrico e pode ser melhor descrito por distribuições que capturam dados com variações significativas e longas caudas, importantes em materiais geotécnicos heterogêneos. A distribuição Normal indica que a poropressão gerada se distribui mais simetricamente, próxima a uma média, sugerindo que as variações de pressão são mais regulares e previsíveis.

Conhecendo as distribuições mais adequadas para cada medida, é possível realizar simulações geotécnicas computacionais mais realistas. Na geotecnia, os quantis contribuem para avaliação do risco e probabilidade de eventos extremos. Por exemplo, com os quantis superiores, (95º percentil), é possível estimar a probabilidade de ocorrência de valores elevados de resistência ou pressão, crucial para a segurança e planejamento de projetos de engenharia. Também permitem são utilizados em estudos de sensibilidade para avaliar as variações dos parâmetros geotécnicos.

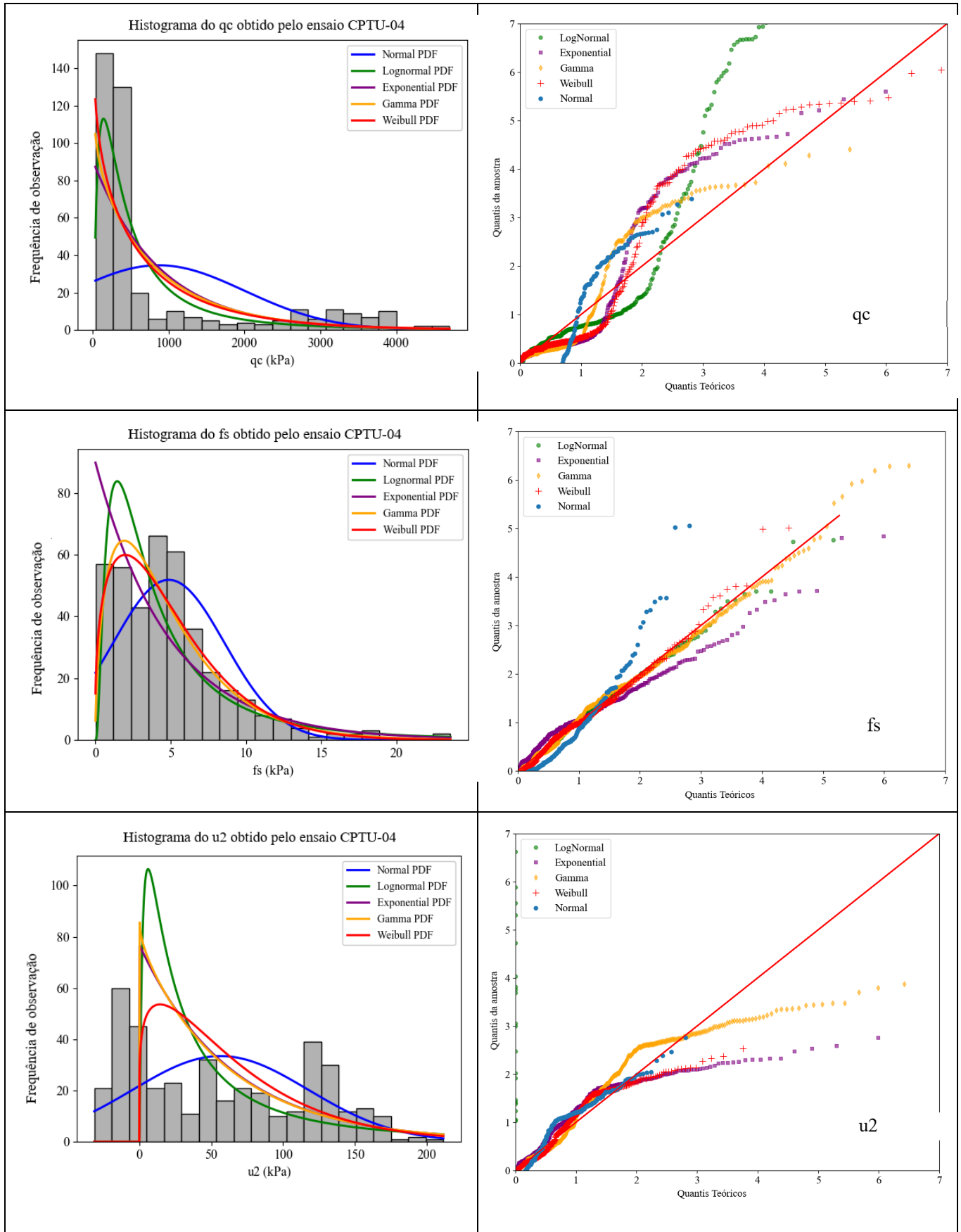


Figura 3. Histogramas e gráficos Q-Q dos resultados  $q_c$ ,  $f_s$  e  $u_2$  para o ensaio CPTu-04.

## 5 CONCLUSÃO

Considerando os resultados apresentados, pode-se afirmar que os objetivos traçados para a pesquisa foram alcançados e a variabilidade de rejeitos de mineração de bauxita foi caracterizada a partir de ensaios de piezocone (CPTu). Foram avaliados média, desvio padrão, coeficiente de variação (COV), escala de flutuação e função de densidade de probabilidade (PDF) para as medidas de resistência de ponta ( $q_c$ ), atrito lateral ( $f_s$ ) e poropressão gerada ( $u_2$ ) obtidas diretamente pelos quatro ensaios CPTu analisados.

A análise dos valores obtidos para os COVs indica um material com alta variabilidade. Em comparação com outros estudos da literatura, os valores encontrados foram coerentes para a escala de flutuação utilizando o método AMA. A escala de flutuação varia bastante, tal análise pode ser feita pela representação do COV da escala de flutuação, uma vez que permite compreender o nível de incerteza associado à estimativa. O rejeito de bauxita apresentou valores altos para o COV da escala de flutuação para ( $q_c$ ) e ( $f_s$ ), indicando alto nível de incerteza e, portanto, devem ser aplicados com cautela em posteriores análises. Neste caso, sugere-se adicionar mais pontos de investigação aos dados para que a caracterização da variabilidade tenha menor nível de incerteza.

A importância da caracterização da variabilidade de um material geotécnico reflete-se na possibilidade de posteriores análises probabilísticas de estabilidade, fornecendo dados para quantificar o risco de falha no material. Para trabalhos futuros, sugere-se primeiramente a inclusão de mais pontos de investigação para se obter um banco de dados mais completo e depois a aplicação das estimativas estatísticas em uma análise de estabilidade de um talude, por exemplo, por meio método de elementos finitos aleatório (RFEM). Também sugere-se a aplicação da metodologia apresentada para a definição dos parâmetros obtidos a partir do CPTu, como ângulo de atrito, densidade relativa, resistência não drenada de pico e residual, utilizando o primeiro quartil ou trigésimo percentil dos resultados para a obtenção de tais parâmetros. O guia de Robertson e Cabal (2022) é indicado para auxiliar na definição da estratigrafia e parâmetros do solo. Destaca-se que o uso de modelos estatísticos mais avançados, que mostrem pouca variabilidade nos parâmetros, podem embasar análises mais realistas.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN SOCIETY OF TESTING AND MATERIALS. ASTM D3441-16:2018,; Standard Test Method for Mechanical Cone Penetration Tests of Soil, 2018.
- Baecher, G. B.; Christian, J. T. (2003). *Reliability statistics in geotechnical engineering*. West Sussex: John Wiley and Sons Ltd.
- Ghaaowd, I.; Faisal, A. H. M. H.; Rahman, M. H.; Abu-Farsakh, M. (2021). Evaluation of site variability effect on the geotechnical data and its application. *Geotechnical Testing Journal*, 44, 971-85. <https://doi.org/10.1520/GTJ20200040>
- Jaksa, M., Kaggwa, W., Brooker, P. (1999). *Experimental evaluation of the scale of fluctuation of a stiff clay*. Proc 8th Int. Conf. On the Application of Statistics and Probability. Sydney, AA Balkema, Rotterdam, pp. 415–422
- Kenarsari, A. E., Chenari, R. J., Eslami, A. (2013). Characterization of the correlation structure of residual CPT profiles in sand deposits. *International Journal of Civil Engineering*. 11,29–37.
- LAMBE, T. William; WHITMAN, Robert V.. **Soil Mechanics**. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1979. 578 p. Versão SI.
- Liu, C. N. & Chen, C. H. (2010). Spatial correlation structures of CPT data in a liquefaction Report on the Immediate Causes of the Failure of the Fundão Dam. Available from <http://fundaoinvestigation.com/the-report/>.



- Mulenshi, J.; Gilbricht, S.; Chelgani, S. C.; Rosenkranz, J. (2021). Systematic characterization of historical tailings for possible remediation and recovery of critical metals and minerals– The Yxsjöberg case. *Journal of Geotechnical Exploration*, 226 <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2021.106777>
- Nierwinski, H. P.; Schnaid, F.; Odebrecht, E. (2024). Evaluation of Flow Liquefaction Susceptibility in Non-Plastic Silty Soils using the Seismic Cone. *Mining*, 4(1), 21-36. <https://doi.org/10.3390/mining4010003>
- Perini, L. & Dienstmann, G. (2019, 17 a 19 de outubro). *Caracterização da variabilidade espacial de rejeitos de mineração de ouro*. Simpósio de Práticas de Engenharia Geotécnica da Região Sul, Joinville.
- Phoon, K. K. & Kulhawy, F. H. (1999). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36, 612–624.
- Robertson, P. K. & Cabal, K (2023). *Guide to cone penetration testing*. 7. ed. Gregg Drilling Llc, California.
- Schnaid, F. & Odebrecht, E. (2012). *Ensaios de campo e suas aplicações à engenharia de fundações*. 2. ed: Oficina de Textos.
- Uzielli, M.; Lacasse, S.; Nadim, F.; Phoon, K. (2006). *Soil variability analysis for geotechnical practice*. Proceedings of the 2nd International Workshop on Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils, Singapore. DOI: 10.1201/NOE0415426916.ch3
- Uzielli, M. (2008). *Statistical analysis of geotechnical data*. Geotechnical and Geophysical Site – Characterization, Proceedings of the 3th International Conference on Site Characterization, ISC-3, Taiwan.
- Vanmarcke, E. H. (1977). Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of Geotechnical Engineering*. Div. 103, 1227–1246.