

Aplicação da Teoria do Caos a Diferentes Geometrias de Taludes mistos

Karen Souza Ferreira

Mestranda, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - Geotecnia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro-UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, karensouzald@gmail.com

Armando Prestes de Menezes Filho

Professor, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - Geotecnia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro-UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, armando.prestes.filho@uerj.br

Ana Cristina Castro Fontenla Sieira

Professora, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - Geotecnia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro-UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, sieira@eng.uerj.br

RESUMO: Movimentos de massa são fenômenos que ocorrem frequentemente em encostas naturais, especialmente em regiões montanhosas, exibindo comportamentos destrutivos, com perda de vidas e de bens materiais. A natureza intrincada deste fenômeno dificulta sobremaneira sua previsão, baseada em análises convencionais e utilização de modelos. A Teoria matemática do Caos surge como uma ferramenta promissora para compreender o comportamento imprevisível e, por vezes, totalmente irracional, de certos fenômenos físicos, caracterizados pela interação de muitos agentes em que o comportamento do todo não seja dedutível de suas partes constituintes. Isto conduz a acentuadas não linearidades, extrema sensibilidade às condições iniciais, o que torna a busca por soluções analíticas matemáticas bastante difícil, quando não impossível. Este trabalho visa aprofundar a aplicação desta teoria aos movimentos de massa em taludes rochosos de superfícies mistas (côncavas e convexas), objetivando a análise da estabilização e queda de blocos de geometria irregular, sua evolução dinâmica, sensibilidade às condições iniciais, dentre outros aspectos correlatos. Os resultados desta pesquisa sugerem que o comportamento do sistema instável e as estatísticas daí decorrentes demonstram fortemente que os fenômenos de queda de bloco são função da interação das regiões convexas e côncavas, distribuídas ao longo do perfil, bem como sua posição relativa.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria do caos, taludes rochosos, sistemas não-lineares, movimentos de massa, sistemas complexos.

ABSTRACT: Mass movements phenomena frequently occur on natural slopes, especially in mountainous regions, exhibiting destructive behavior with loss of lives and goods. The intricate nature of this phenomenon makes it extremely difficult to predict based on conventional analyses and models. The mathematical theory of chaos has emerged as a promising tool for understanding the unpredictable and sometimes totally irrational behavior of certain physical phenomena characterized by the interaction of many agents in which the behavior of the whole cannot be deduced from that of its constituent parts. This leads to significant non-linearities and extreme sensitivity to initial conditions, which makes the search for mathematical analytical solutions very difficult, and sometimes impossible. The aim of this work is to apply this theory to mass movements on rock slopes with mixed surfaces (concave and convex), focusing on analyzing the stabilization and collapse of irregular geometry blocks, their dynamic evolution, sensitivity to initial conditions, among other related aspects. The results here shown suggest that the behavior of the unstable system and the resulting statistics strongly demonstrate that the block fall phenomena are a function of the interaction of the convex and concave regions, distributed along the profile, as well as their relative position.

KEYWORDS: Chaos theory, rock slopes, non-linear systems, mass movements, complex systems.

1. INTRODUÇÃO

A estabilidade de taludes em encostas rochosas é um tema de extrema importância na engenharia geotécnica, uma vez que a ocorrência de movimentos de massa, como quedas e rolamento de blocos, apresenta

um enorme potencial destrutivo. Em razão da complexidade e imprevisibilidade destes fenômenos, que vem desafiando as abordagens tradicionais de análise, sua compreensão é fundamental na mitigação dos riscos associados e adoção de medidas de segurança.

O comportamento dos maciços rochosos depende de uma série de fatores – resistência e deformabilidade da matriz rochosa e das descontinuidades, comportamento dos materiais intemperizados etc. – o que dificulta a identificação de regularidades e reiterações em seus movimentos, muitas vezes imprevisíveis e de discernimento difícil pelos métodos de investigação tradicionais. É neste contexto que a Teoria do Caos emerge como uma ferramenta promissora para investigar e compreender estes fenômenos complexos.

Mais especificamente, esta teoria matemática lida com fenômenos físicos, caracterizados pela interação de muitos agentes, num processo conjunto de cooperação, em que o comportamento do todo não se reduz ao comportamento de suas partes constituintes, levando a acentuadas não linearidades, extrema sensibilidade às condições iniciais, o que torna a busca por soluções analíticas matemáticas bastante difíceis, quando não impossíveis.

Este trabalho visa aprofundar a aplicação desta teoria aos movimentos de massa em taludes rochosos com perfis geométricos côncavos e convexos, analisando a forma dos taludes e os diferentes tipos de quedas e rolamentos de blocos rochosos irregulares que podem ocorrer. Investiga também sua evolução dinâmica, sensibilidade às condições iniciais, dentre outros aspectos de interesse, na esteira da linha de pesquisa inaugurada por Ignácio (2019), contribuindo para um conhecimento mais aprofundado destes complexos fenômenos e resultando em estratégias mais eficazes de prevenção e mitigação de riscos geotécnicos.

2. METODOLOGIA

2.1 Descrição do projeto

A trajetória de queda livre de blocos de rochas pode acontecer de duas formas: rolamento ou repique. Em sua grande maioria, os blocos desprendidos apresentam superfícies irregulares, dificultando a estimativa e previsão de suas trajetórias e comportamentos.

Na linha da pesquisa de Ignácio (2019), Ribeiro (2020) e Araújo (2021), o presente estudo visa entender a queda dos blocos em um talude misto (côncavo e convexo), utilizando-se o software Rocfall e a Teoria do Caos.

O software Rocfall, versão 8.023, disponibilizado pela Rocscience, tem como finalidade simular diferentes quedas de blocos rochosos, possibilitando uma análise estatística 2D das regularidades envolvidas em tais instabilizações.

Apesar do programa fornecer dados relativos à energia, velocidade e altura de salto dos blocos de rocha em queda, esta pesquisa se limitará a analisar as distribuições do número de blocos no pé dos taludes em estudo, encosta abaixo, bem como a estimativa das trajetórias de queda dos blocos de forma qualitativa.

2.2 Características geológicas e modelo adotado

Os parâmetros do material da encosta e dos blocos foram os relativos ao gnaiss facoidal, estudado por Menezes Filho (1993), ao passo que os dados relativos aos coeficientes de restituição normal e tangencial à encosta foram os mesmos utilizados por Ignácio (2019), como mostra a Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros para a modelagem geotécnica das encostas de gnaiss facoidal (Adaptado de Ignácio, 2019)

Material rochoso	Coefficiente de Restituição Normal (CRn)	Coefficiente de Restituição Tangencial (CRt)	Atrito dinâmico	Atrito de rolamento
Gnaiss facoidal	0,35	0,85	0,5	0,15

Para a definição da geometria inicial da encosta rochosa, optou-se por utilizar o caso 02 do estudo apresentado por Ignácio (2019), em razão da forma mais acentuada do perfil, constituído por trechos côncavo

e convexo. Baseado nessa premissa, procedeu-se a um refinamento da superfície do talude rochoso, amenizando as saliências identificadas, de modo a sua aparência a mais natural possível.

A Figura 1 apresenta a superfície selecionada após o processo de refinamento. O talude apresenta, em todas as análises subsequentes, a altura de 45 m, medida da base até o topo, e comprimento da base de 100 m no eixo x. São apresentados três pontos monitorados na análise: Y1 e Y2, que delimitam a região convexa, enquanto Y3 representa o ponto mais saliente desta região do talude, sendo este o escolhido como ponto de referência para medições ao longo do estudo.

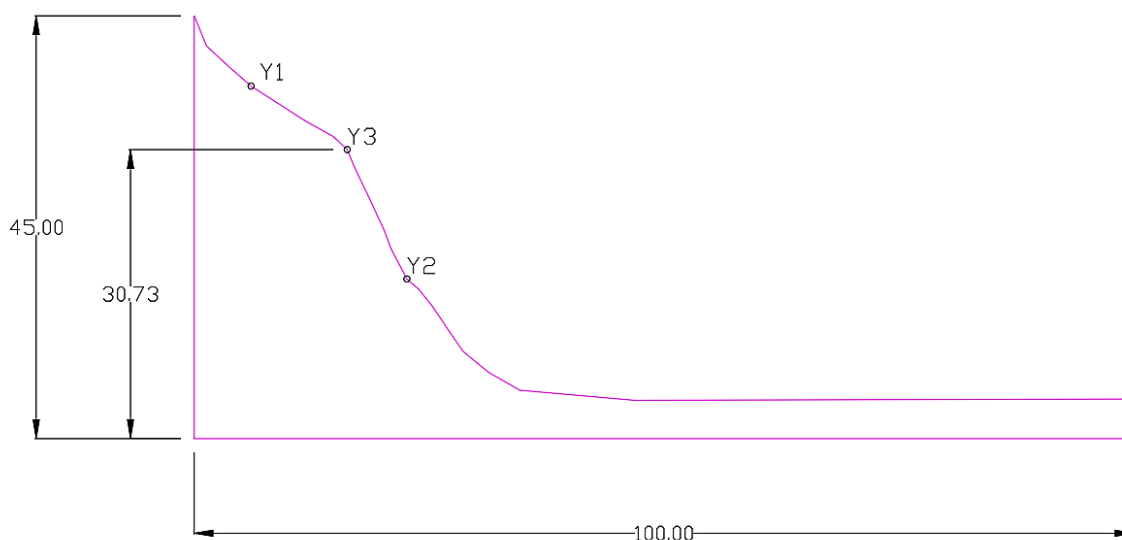


Figura 1 - Modelo inicial de superfície utilizada nas análises

2.3 Software

Os blocos instáveis foram considerados como corpos rígidos e, na configuração de probabilidade, optou-se por utilizar o método de amostragem de Monte Carlo.

Os parâmetros de entrada relativos às velocidades e tempo são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Configuração do projeto no software Rocscience

Analysis method	Rigid Body	
Sampling Method	Monte Carlo	
Number of rocks thrown	Set individually per seeder	
Material properties sampling	per slope segment	
Coefficient of normal restitution scaling	-	
Engine conditions	maximum steps per rock (steps)	20000
	stopped velocity cutoff (m/s)	0,1
	normal velocity cutoff (m/s)	0,1
	maximum timestep (s)	0,01

Em campo, é notório que os blocos, ao se desprenderem do maciço rochoso, podem apresentar diferentes formas e tamanhos. Em seus estudos, Ribeiro (2020) elucidou que a forma irregular dos blocos influencia em seu comportamento durante o processo de queda. Assim, na pesquisa realizada por Ignácio (2019) foram modelados três tipos de blocos irregulares, com tamanhos diferentes, de forma que retratasse os fatores recorrentes em campo.

Esta pesquisa utilizou o bloco irregular de tamanho médio (BIM), representado na Figura 2. Nas configurações de *available shapes*, foram inseridos os seguintes dados do bloco: massa de 2700 kg, peso específico de 27 kN/m³ e diâmetro aproximado de 1,00 metro.

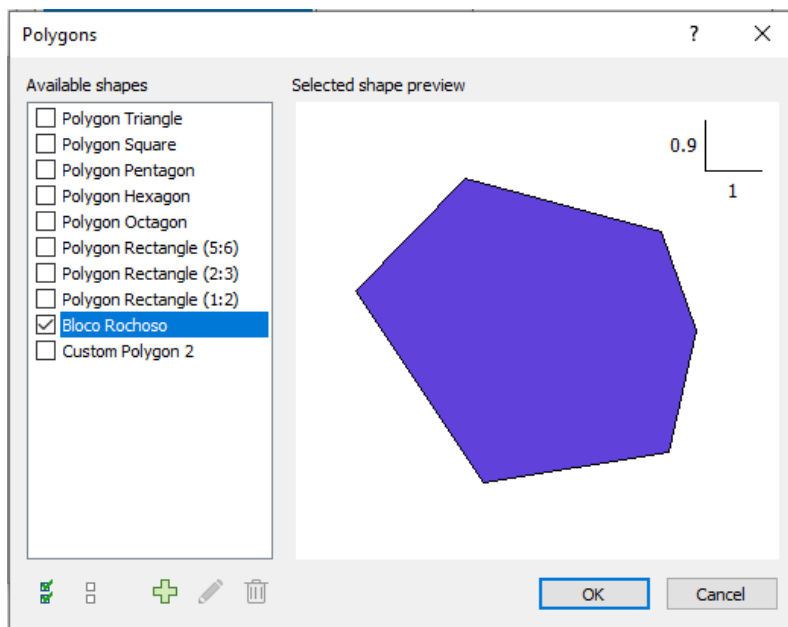


Figura 2-Superfície definida dos blocos por Ignácio (2019)

A altura de lançamento do bloco manteve-se constante no ponto mais elevado do talude, ou seja, situado a 45 m de altura.

2.4 Cenários adotados

As análises de instabilidade consideraram três cenários:

- 1º cenário= talude definido em pesquisas anteriores e refinado na superfície (Figura 1);
- 2º cenário= deslocamento vertical de 10% em relação ao eixo Y, entre os pontos Y1 e Y2;
- 3º cenário= deslocamento vertical de 25% em relação ao eixo Y, entre os pontos Y1 e Y2.

Os deslocamentos verticais de Y1, Y2 e Y3 foram conduzidos tendo por base eventuais prolongamentos (encurtamentos) das partes côncava superior (inferior), como mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 Dados utilizados nos cenários

Cenário	Medidas do eixo Y em relação a base					
	Variação em Y (%)	Htotal (m)	Hbase (m)	Y1 (m)	Y2 (m)	Y3 (m)
1	0	45	4,22	37,5	17	30,73
2	10	45	4,22	34,62	17,71	29,96
3	25	45	4,22	30,96	18,53	28,84

Cabe observar que a variação em Y situa-se em torno de 0,77 m a 1,12 m, valores irrisórios se comparados a altura total do talude, que é de 45 m.

2.5 Método de análise dos dados

Os resultados obtidos no software resultaram em gráficos do número de blocos de rocha em função de sua localização ao término do movimento.

De forma a mensurar e quantificar a complexidade dos sistemas, em especial as distribuições probabilísticas mais apropriadas para ajustar os dados experimentais referidos no parágrafo anterior, utilizou-se de distribuições probabilísticas relacionadas à Teoria do Caos.

Mais precisamente, sistemas fortemente caóticos são bem descritos pela entropia aditiva de Boltzmann-Gibbs (Tsallis, 2023; Menezes Filho, 2003), e caracterizados por:

- Sistemas sem interação ou com interações espaciais de curto alcance entre seus elementos constituintes;
- Sistemas com memória temporal de curto alcance (sistemas ditos markovianos);
- Sistemas cuja evolução temporal no espaço de fase não é (multi)fractal;

A distribuição de probabilidades que otimiza a referida entropia é a distribuição gaussiana:

$$f_g(x) = a \left[e^{-\left(\frac{x-c}{b}\right)^2} \right] \quad (1)$$

Por outro lado, para sistemas ditos fracamente caóticos (ou complexos), a entropia que retrata tais sistemas é a entropia generalizada de Tsallis e caracterizada por (Tsallis, 2023):

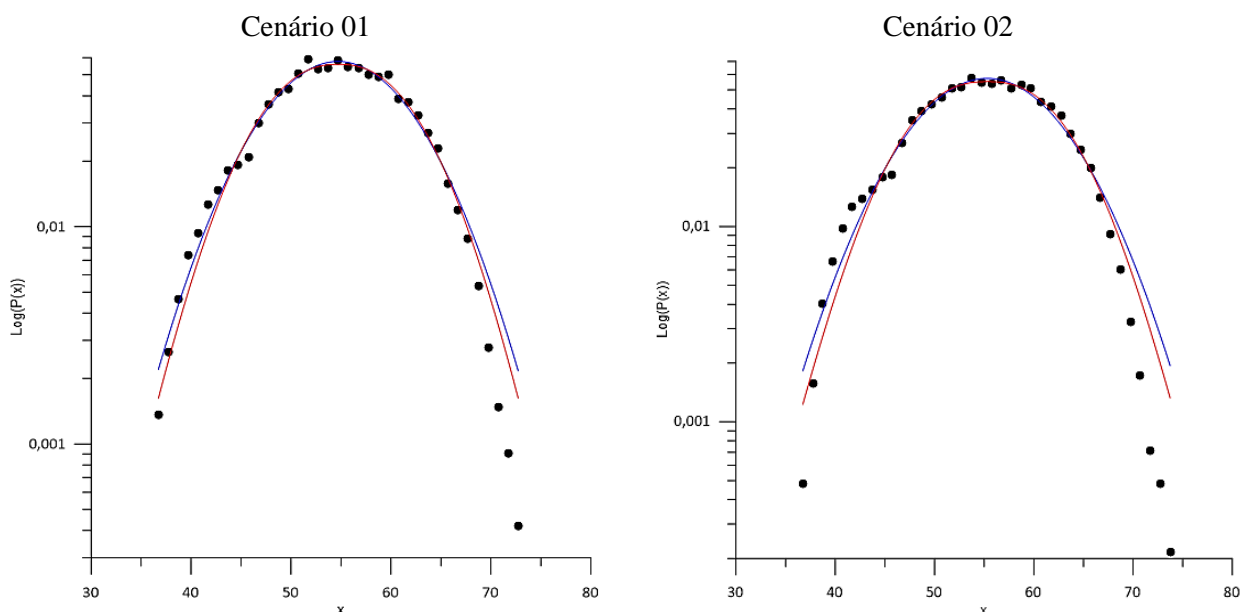
- Interações de longo alcance entre seus elementos constituintes, e/ou
- Memória temporal de longo alcance, e/ou
- A evolução no espaço de fase é (multi)fractal, e ou
- Existe algum tipo de dissipação no sistema físico.

A distribuição de probabilidades que otimiza a referida entropia generalizada é a distribuição q-gaussiana, q-exponencial e sua generalização q-exponencial estendida, esta última mostrada na expressão 2 abaixo:

$$f_q(x) = a' \left[1 - (1 - q) \left(\frac{x' - c'}{b'} \right)^{\frac{2}{\delta}} \right]^{\frac{1}{1-q}} \quad (2)$$

onde $q (q \in \mathbb{R})$ é um parâmetro entrópico que descreve os diferentes tipos de interação entre os elementos do sistema; δ é um parâmetro de ajuste que leva em conta a proximidade ou não da gaussiana. Neste sentido, se $q \rightarrow 1$ e $\delta \rightarrow 1$, a q-exponencial estendida se aproxima da distribuição gaussiana); a' , b' e c' são parâmetros de ajuste.

A Figura 3 apresenta os dados experimentais ajustados pelas distribuições Gaussiana (azul) e q-exponencial Estendida (vermelho).



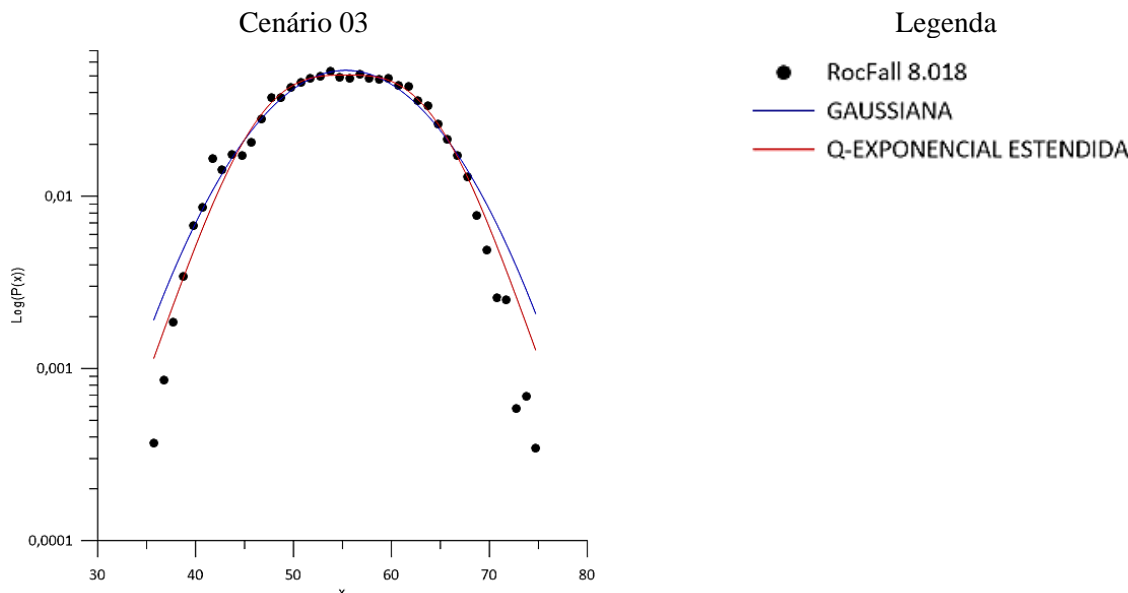


Figura 3. Análise dos resultados utilizando a entropia de Boltzmann-Gibbs (Q-exponencial estendida)

Os resultados mostram que a distribuição q-Exponencial Estendida, muito utilizada em sistemas complexos, ajusta-se muito melhor aos dados experimentais. A razão de ser dos gráficos semi-log reside em que tais gráficos permitem uma visualização melhor da região da cauda das distribuições, em que eventos raros são passíveis de ocorrer, como os relacionados à queda de blocos.

Analisou-se, também, a variação dos parâmetros de ajuste q e δ em função do deslocamento de Y3, tal como mostrado na Tabela 4.

Tabela 4. Resultados dos gráficos mostrados na Figura 3

Cenário	Q-exponencial estendida			
	Coefficiente de correlação- R	q	δ	Y3 (m)
1	0,9937959	1,0724452	0,8509212	30,73
2	0,9945213	1,1068319	0,8062813	29,96
3	0,994590	1,50657792	0,53089536	28,84

Observa-se que a posição inicial mais superior da parte convexa do perfil rochoso fornece um valor de $q = 1,0724452$ e $\delta = 0,8509$, muito próximos da unidade, o que configura um comportamento fortemente caótico do sistema e sua aproximação da estatística gaussiana.

Por outro lado, pode-se notar que, à medida que a parte convexa do perfil vai descendendo, Y3 diminui e os valores de q e δ vão se distanciando de 1, o que sinaliza que o sistema físico é regido por estatísticas não-gaussianas, ou seja, típicas de sistemas fracamente caóticos ou complexos.

Cabe assinalar também que a variação dos parâmetros de ajuste δ e q com Y3, tal como ilustrado na Figura 4, sugere uma lei parabólica de equação $y = -0,0994x^2 + 6,0919x - 92,465$ para δ e equação $y = 0,1652x^2 - 10,072x + 154,55$ para q, com coeficiente de correlação para as duas equações igual a 1.

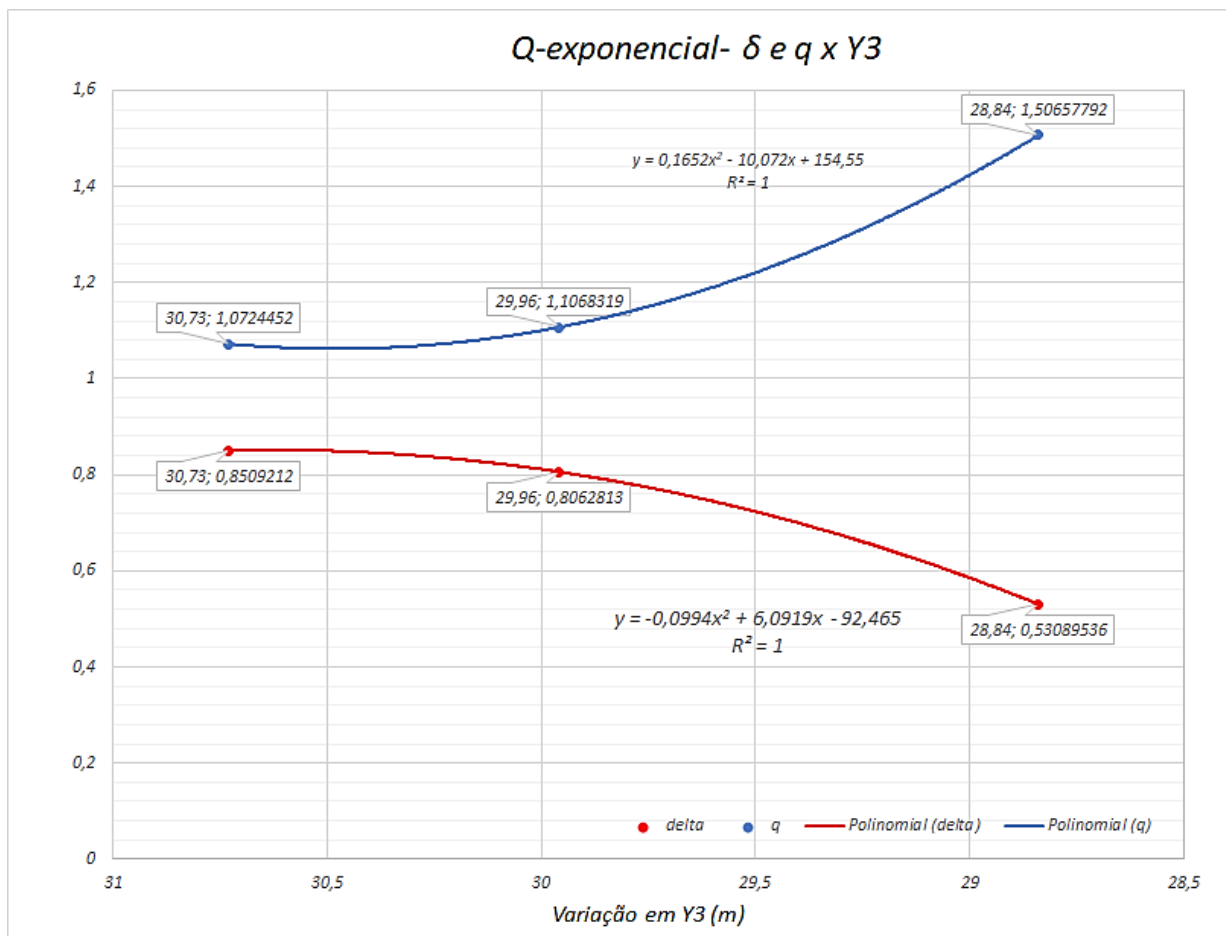


Figura 4. Gráfico da variação dos parâmetros δ e q em função de Y3

Resultados anteriores (Ignácio, 2019) sugerem que encostas rochosas de geometria convexa tendem a obedecer a estatísticas gaussianas, o que parece estar relacionado ao grande poder de dispersão das trajetórias dos blocos instáveis, fato marcante para se caracterizar um sistema como fortemente caótico - divergência exponencial, rápida, entre trajetórias inicialmente infinitamente próximas.

Ignácio (2019) ainda esclarece que encostas com geometrias côncavas estão, diferentemente das convexas anteriores, relacionadas a distribuições típicas de sistemas fracamente caóticos ou complexos, i.é, q-exponenciais estendidas.

Este trabalho, no entanto, sugere que a situação é mais sutil do que inicialmente imaginada. Especificamente, os resultados experimentais indicam fortemente que as estatísticas que comandam o fenômeno da queda de blocos são função da interação das regiões convexa e côncava, distribuídas ao longo do perfil, bem como sua posição relativa.

Portanto, perfis convexos na região superior do talude, contrastando com perfis côncavos na região inferior, tende a fornecer distribuições gaussianas para a posição final dos blocos instáveis que se deslocam encosta abaixo.

Por outro lado, quando as regiões convexas são encontradas mais abaixo nos taludes, em contraste com regiões côncavas nas partes superiores, indicam estatísticas regidas por distribuições não-gaussianas do tipo q-exponencial estendida.

3. CONCLUSÃO

Movimentos de instabilização de encostas, especialmente os relacionados à queda de blocos rochosos, são extremamente complexos e difíceis de prever, uma vez que dependem de uma série de fatores relacionados à geometria das encostas e dos blocos instáveis, propriedades dos materiais envolvidos no fenômeno, condições iniciais em que os blocos são lançados, dentre muitas outras.

Pesquisas anteriores estabeleceram que taludes rochosos com perfis geométricos convexos forneceram estatísticas gaussianas para a posição dos blocos instáveis encosta abaixo, o que configura uma dinâmica de sistemas fortemente caóticos, com alto grau de imprevisibilidade.

Taludes com geometria côncava, por sua vez, sugeriram fenômenos de instabilização regidos por estatísticas não-gaussianas, relacionadas a distribuições q-exponenciais estendidas, caracterizando fenômenos com memória temporal longa e correlações espaciais de longo alcance, quadro típico de sistemas fracamente caóticos ou complexos.

No entanto, os resultados desta pesquisa sugerem um comportamento muito mais sutil do que inicialmente imaginado. Na verdade, o comportamento do sistema instável e as estatísticas daí decorrentes sugerem fortemente que os fenômenos são função da interação das regiões convexa e côncava, distribuídas ao longo do perfil, bem como sua posição relativa.

Finalizando, esta pesquisa comprova que alterações, mesmo que pequenas, nas condições iniciais ou geometrias envolvidas no problema, podem levar a resultados totalmente distintos.

4. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio fundamental fornecido para este estudo. Expresso também, o meu agradecimento ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, L. D. D. *Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Rio de Janeiro, 2021.
- IGNACIO, F. V. *Aplicação da Teoria do Caos no estudo da queda de blocos rochosos no Morro do Cantagalo*, Rio de Janeiro – RJ. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Rio de Janeiro, 2019. 127.
- MENEZES FILHO, A.P. *Aspectos Geológico-Geotécnicos de um Perfil de Alteração de Gnaisse Facoidal*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – PUC-RIO, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993, 229.
- MENEZES FILHO, A. P. D. *Não-Extensividade Termodinâmica, Invariância Discreta de Escala e Elasto-Plasticidade: Estudo Numérico de um Modelo Geomecânico Auto-Organizado Criticamente*. Tese de Doutorado em Engenharia Civil - PUC- RIO, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003. 189.
- RIBEIRO, A. D. C. M. A. *Influência da geometria dos blocos e das encostas rochosas na dinâmica de queda de blocos - Uma aplicação da Teoria do Caos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Rio de Janeiro, 2020. 142.
- TSALLIS, C. *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics – Approaching a Complex World*, Springer, 2023, 569.