

## Aplicabilidade do Método do Ponto Material (MPM) para a Análise de Ruptura Hipotética em Pilha de Estéril

Rachel da Silva Azevedo

Engenheira Geotécnica, GEOCOBA, Rio de Janeiro, Brasil, [rachel.s.azevedo@gmail.com](mailto:rachel.s.azevedo@gmail.com)

Marlene Susy Tapia Morales

Engenheira Geotécnica, GEOCOBA, Rio de Janeiro, Brasil, [marlene.tm@gmail.com](mailto:marlene.tm@gmail.com)

Ana Carolina Dias Baêso

Engenheira Geotécnica, GEOCOBA, Rio de Janeiro, Brasil, [anacarolinabaesso@gmail.com](mailto:anacarolinabaesso@gmail.com)

Karolyn Resch de Moraes Santos

Engenheira Geotécnica, GEOCOBA, Rio de Janeiro, Brasil, [karolynresch@gmail.com](mailto:karolynresch@gmail.com)

Fernando Eduardo Marques

Professor Adjunto, UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, [fernando.marques@uerj.br](mailto:fernando.marques@uerj.br)

**RESUMO:** A ocorrência de ruptura em pilhas de estéril são eventos indesejados que devem ser previstos nos estudos geotécnicos. A ruptura hipotética procura compreender o comportamento de uma pilha de estéril em uma situação crítica de pós-ruptura. Simulações a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF) permitem a avaliação do comportamento do material antes de romper, contudo, para casos de pós-ruptura, onde predominam as grandes deformações, tem-se uma maior ocorrência de erro numérico devido à deformação excessiva de malha. Para superar essa questão, o presente trabalho utilizará o MPM (*Material Point Method*). Este é um método numérico baseado em pontos materiais capaz de modelar grandes deformações, e foi implementado no software Anura3D®, onde é possível simular problemas de interação solo-água-estrutura avançados. O objetivo do presente trabalho é utilizar o MPM para verificar a influência do ângulo de atrito no estudo de ruptura hipotética, levando-se em conta um método numérico de grandes deformações. Com ele, pode-se observar que o ângulo de atrito possui um fator de influência considerável na distância percorrida pelo estéril após sua ruptura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Pilha de Estéril, Análise Numérica, Ruptura Hipotética, MPM.

**ABSTRACT:** Mine waste dump failures are undesirable events that must be predicted in geotechnical studies. Runout analysis aim to understand the behavior of mine waste dumps in a critical post-rupture situation. Simulations using the Finite Element Method (FEM) allow the evaluation of the material's behavior before rupture, however for post-rupture cases, where large deformations predominate, there is a greater occurrence of numerical error due to excessive mesh deformation. The present work will use the Material Point Method (MPM) to overcome this issue. It is a numerical method based on material points capable of modeling large deformations implemented in the Anura3D software where it is possible to simulate advanced soil-water-structure interaction problems. The objective of the present work is to use the MPM to verify the influence of the friction angle in the study of a runout analysis, considering a numerical method of large deformations. Therefore, it can be observed that the friction angle has a considerable influence factor on the distance covered by the sterile after its rupture.

**KEYWORDS:** Mine waste dump, Numerical analysis, Runout analysis, MPM.

## 1 INTRODUÇÃO

A disposição de milhões de metros cúbicos de estéril em pilhas tem ganhado espaço no cenário da mineração brasileira nos últimos anos, principalmente após os grandes acidentes da Barragem de Fundão, em Mariana, e da Barragem Córrego do Feijão, em Brumadinho, no qual as mineradoras têm optado por sistemas de filtragem para evitar a disposição dos rejeitos em barragens. Altos volumes de estéril gerado demandam a necessidade de áreas cada vez maiores para sua disposição, com pilhas em grandes dimensões, sendo projetos geotécnicos complexos, que necessitam de avaliação de cenários hipotéticos de rupturas globais.

A análise de ruptura hipotética é fundamental para a avaliação de riscos de deslizamentos e, assim, poder promover a sua mitigação. Na fase de projeto conceitual, utilizam-se métodos empíricos, tais como Corominas (1996). Contudo, para fases mais avançadas de estudo, como projeto básico e detalhado, faz-se necessária a utilização de metodologias mais avançadas, tais como os modelos numéricos, a fim de avaliar, com maiores detalhes, o comportamento esperado da ruptura.

O mecanismo de deslocamento que ocorre em taludes pode ser categorizado em quatro fases: 1) a fase inicial, das condições de estabilidade, onde são verificadas as deformações referentes a alterações de tensões, rastejos e rupturas progressivas; 2) a fase de ruptura, onde uma superfície de ruptura contínua forma-se no interior do talude; 3) a fase de pós-ruptura que concerne no deslizamento da massa instável, até seu momento de parada; e, 4) a fase de reativação, quando a massa de solo volta a se mover de maneira intermitente, ao longo de uma ou várias superfícies de ruptura. Ao compreender este mecanismo, é possível verificar as consequências da ruptura e selecionar os métodos de mitigação (Conte *et al.*, 2019; Leroueil, 2001).

A ocorrência de ruptura em pilhas de estéril são eventos indesejados que devem ser previstos nos estudos geotécnicos. Um problema recorrente deste tipo de análise em pilhas de estéril está relacionado à estabilidade de taludes não saturados e à coerente simulação numérica dos cenários de instabilidade em materiais que apresentam grandes deformações. Embora tenham sido feitos avanços significativos neste campo ao longo da última década, particularmente no que diz respeito ao desenvolvimento de modelos numéricos, vários desafios importantes permanecem, incluindo a necessidade de uma melhor orientação na seleção dos valores dos parâmetros de entrada dos modelos, o desafio de compreender os resultados do modelo em estimativas de vulnerabilidade, a sensibilidade dos modelos à resolução topográfica, entre outros.

A ruptura hipotética procura compreender o comportamento de uma pilha de estéril em uma situação crítica de pós-ruptura. Simulações a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF) permitem a avaliação do comportamento do material antes de romper, contudo, para casos de pós-ruptura, onde predominam as grandes deformações, tem-se uma maior ocorrência de erro numérico devido à deformação excessiva de malha. Para superar essa questão, o presente trabalho utilizará o MPM (*Material Point Method*). Este é um método numérico baseado em pontos materiais capaz de modelar grandes deformações, e foi implementado no *software* Anura3D®.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 MPM: Método do Ponto Material

No Método do Ponto Material (MPM), as equações de movimento são resolvidas em uma malha computacional fixa que abrange todo o domínio do problema. Em cada etapa da análise, as quantidades transportadas pelos pontos materiais são interpoladas para os nós da malha, utilizando as funções de forma associadas a eles, de forma análoga ao Método dos Elementos Finitos (MEF).

As condições de contorno são impostas nos nós da malha computacional e as equações de movimento são resolvidas incrementalmente nesses pontos. Assim, as magnitudes das variáveis nos pontos materiais são atualizadas por meio da combinação ponderada dos resultados dos nós, utilizando novamente as mesmas funções de forma. No MPM, a informação armazenada na malha não é necessária para a etapa seguinte da análise e, portanto, pode ser descartada, permitindo uma redução do consumo de recursos computacionais (Zabala, 2011).

O MPM tem sido amplamente utilizado para simular uma variedade de problemas geotécnicos, com formulações, validações e comparações realizadas em diversas áreas. Principalmente, quando considerados os problemas que exigem a avaliação de grandes deformações do maciço de solo. O MPM já foi aplicado na modelagem de ensaios experimentais de colapso de diques com solos moles (Fern *et al.*, 2017), processos de erosão interna em solos instáveis e bimodais (Yerro *et al.*, 2017), fundações (Lorenzo *et al.*, 2018), deformações induzidas por movimentos de falhas (Johansson *et al.*, 2007), cargas de escavadoras (Coetzee *et al.*, 2006), ancoragem em solos (Coetzee *et al.*, 2005), propagação de fluxos em solo induzidos por terremotos (Konagai *et al.*, 2004) e fluxo granular em silos (Wieckowski, 2004).

Além disso, outros pesquisadores têm contribuído para a área de movimentos de massa. Por exemplo, Fatemizadeh e Moorman (2015) desenvolveram um programa bidimensional baseado na formulação original do MPM, com o objetivo de avaliar a capacidade do método em simular problemas de estabilidade de taludes. Essas contribuições demonstram a aplicabilidade e o potencial do MPM em diferentes contextos geotécnicos.

O Método do Ponto Material (MPM), neste caso, é apresentado como um método capaz de reproduzir a instabilidade de um talude desde antes da ruptura até os deslizamentos depois dela (Toro, 2019).

Toro (2019) descreve o cálculo do MPM com uma série de passos, conforme descrito a seguir:

1. O material de uma região (domínio) é discretizado em partículas ou pontos materiais;
2. É feita a malha Euleriana de suporte que cobre todo o domínio do problema e se impõem nela as condições de contorno;
3. É atribuído a cada ponto material uma massa inicial que permanece constante em todo o cálculo;
4. Outras variáveis de estado iniciais do material (velocidade, tensão, deformação) também são atribuídos aos pontos materiais;
5. As quantidades nos pontos materiais são transportadas aos nós utilizando as funções de interpolação;
6. As equações de movimento são resolvidas na malha de suporte com a informação que foi mapeada aos nós usando o método dos resíduos ponderados;
7. As quantidades são atualizadas nos pontos materiais com os resultados calculados na malha utilizando de novo as funções de interpolação;
8. As equações são resolvidas de forma incremental, realizando novamente os mesmos procedimentos das etapas 5, 6 e 7.

Para maiores detalhes sobre a formulação matemática que o MPM utiliza, os autores recomendam a leitura dos estudos de Zang *et al.* (2017) e Fern *et al.* (2019) que possuem como objetivo servir de guia didático para a divulgação deste método.

## 2.2 O Software Anura3D®

Para o desenvolvimento desta análise de ruptura hipotética, foi utilizado o software Anura 3D®. Trata-se de um software avançado para análise de problemas geotécnicos utilizando o método do ponto material. Desenvolvido pela *Anura 3D Research Community* que engloba grupos de pesquisa de mecânica de solos e rochas da Universidade Politécnica da Catalunha, da Universidade de Berkeley, da Universidade de Cambridge, da Universidade de Tecnologia de Delft, de Deltares, da Universidade de Hamburgo e da Universidade de Padova. O método numérico utilizado é baseado no Método do Ponto Material (MPM).

Este *software é open source* e, de acordo com seu manual (Anura, 2023), proporciona recursos poderosos para análise e solução de problemas geotécnicos complexos, beneficiando-se da experiência dessas instituições de renome no campo da geotecnia. Com o Anura 3D®, os profissionais da área podem contar com uma solução confiável e de alto desempenho para suas necessidades de análise geotécnica. O programa segue em constante aprimoramento por toda a comunidade científica voltada para estudos do método.

O Anura 3D® é uma implementação avançada do Método do Ponto Material (MPM) em formato 3D, projetada para simular a interação complexa entre solo, água e estrutura em problemas de grande deformação. Com uma ampla gama de aplicações, esse *software* oferece três modelos constitutivos diferentes para ajustar as propriedades dos materiais: elástico-linear, Mohr-Coulomb e Bingham, mas também permite a inserção de modelos constitutivos mais avançados conforme a necessidade do usuário mediante a sua devida implementação.

## 2.3 A Análise

A simulação foi conduzida em três fases. Na primeira etapa, ocorreu a geração das condições geostáticas de campo. Na segunda fase, realizou-se a aplicação do gatilho de ruptura, de tal modo que a consequência se dá na elevação da frente de saturação do material de estéril. A terceira, e última, etapa implica na atualização dos parâmetros de resistência para valores residuais, promovendo a redistribuição das tensões no maciço após o evento anterior, sendo a fase em que terá a avaliação das deformações de campo.

Foram avaliadas três situações para a ruptura do estéril. A primeira verificação foi realizada reduzindo o ângulo de atrito do estéril para os valores residuais, sendo uma situação plausível de ocorrer em campo, oriundo de chuvas intensas. Estima-se que, para casos drenados, seja utilizada uma redução de 10% dos valores de projeto para os valores residuais (Day, 2012). Primeiro, o ângulo de atrito foi reduzido em 10%, depois em 50% e, por fim, em 90%. Segundo Leroueil (2001), quando se considera a estabilidade de encostas, a resistência residual é um fator importante. Após alcançado o nível de grandes deformações, há uma reorientação dos grãos e uma mudança de direção do plano de cisalhamento. Assim, o comportamento observado é influenciado pela mineralogia, pela forma das partículas, e por vários outros fatores, tais como tensão aplicada; tipo de cisalhamento; taxa de deslocamento; e a química da água contida no meio. No presente trabalho, observará apenas a influência do ângulo de atrito.

## 2.4 As Camadas Simuladas

Devido ao MPM ser baseado na mecânica dos contínuos, o comportamento constitutivo do material é geralmente formulado dentro da teoria da elastoplasticidade (Yerro *et al.*, 2016). Sendo assim, o modelo constitutivo adotado para o presente trabalho foi o elastoplástico de Mohr-Coulomb. O modelo numérico estudado para fins didáticos foi dividido em duas camadas, onde uma refere-se ao estéril e outra à fundação. Na Tabela 1 têm-se os parâmetros utilizados para os materiais. As colunas denominadas “Estéril” e “Fundação”, apresentam os dados iniciais dos materiais antes do gatilho. A coluna “Residual 1” apresenta a redução de 10% no ângulo de atrito do estéril, a coluna “Residual 2”, a redução em 50% e, por fim, a coluna “Residual 3”, a redução em 90%. Na Figura 1 mostra-se a geometria do modelo e a indicação do NA. A quantidade total de pontos materiais utilizada foi de 5124.

Tabela 1. Parâmetros utilizados para o modelo estudado.

Parâmetro	Unidade	Estéril	Fundação	Residual 1	Residual 2	Residual 3
Peso específico ( $\gamma$ )	kN/m <sup>3</sup>	20	20	-	-	-
Ângulo de atrito ( $\phi'$ )	°	28	53,32	25	14	2
Coesão ( $c'$ )	kPa	11	15	0	0	0
Módulo de Young (E)	kPa	24984	40157	-	-	-
Permeabilidade ( $k_{sat}$ )	m/s	9,81E-05	9,81E-04	-	-	-

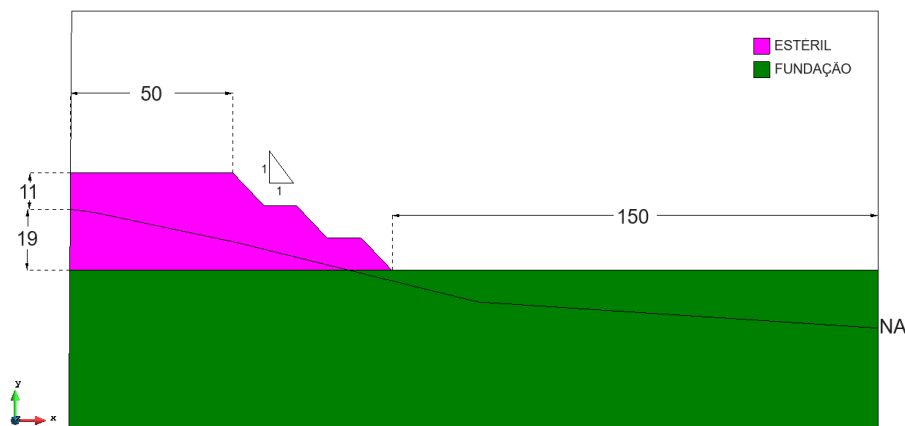


Figura 1. Geometria do modelo estudado, cotas em metros.

### 3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A Figura 2 apresenta a aplicação do gatilho de ruptura, dado um evento aleatório que influencia na elevação da frente de saturação do terreno, nota-se que, na Figura 2 (b), a saturação atinge o pé da pilha. Não se espera uma movimentação brusca, exceto caso ocorra algum evento de degradação dos parâmetros de resistência, o que pode acontecer quando o material se encontra em condições saturadas. Sabe-se que a coesão é mais sensível à degradação. Contudo, a saturação também pode afetar o ângulo de atrito. Ao observar a curva de tensão-deformação de um material, é possível notar que conforme o material se deforma, o atrito também é degradado, podendo chegar ao seu valor de pós-ruptura, também conhecido como ângulo de atrito residual. Sendo assim, a Figura 3, a Figura 4 e a Figura 5 apresentam a influência da degradação do atrito após a saturação do material.

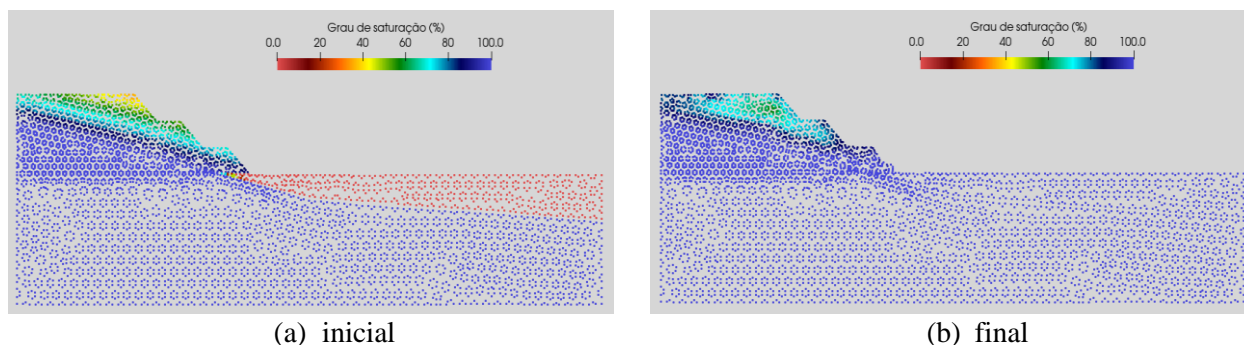


Figura 2. Grau de saturação do modelo (a) inicial, (b) ao final da imposição do gatilho.

Para avaliar o desenvolvimento da massa susceptível a movimento no interior da pilha, utilizou-se o critério de avaliar os pontos de deformação específica desviadora iguais ou maiores a 20%. Entende-se que, acima de 20%, um material já se encontra em regime de grandes deformações, balizando-se a partir de ensaios triaxiais que costumam ter esse percentual como base para encontrar o ponto de ruptura dos materiais.

Nota-se, na Figura 3, que apesar de o pé da pilha ter uma quantidade de pontos com deformações por volta de 20%, isto não foi suficiente para mobilizar uma instabilidade global no maciço. Já na Figura 4 e na Figura 5, pouco tempo após o gatilho, é notória a superfície de ruptura progressiva que se forma na pilha, culminando em uma instabilidade global. O deslocamento da massa de solo é tão distante quanto menor for o ângulo de atrito analisado.

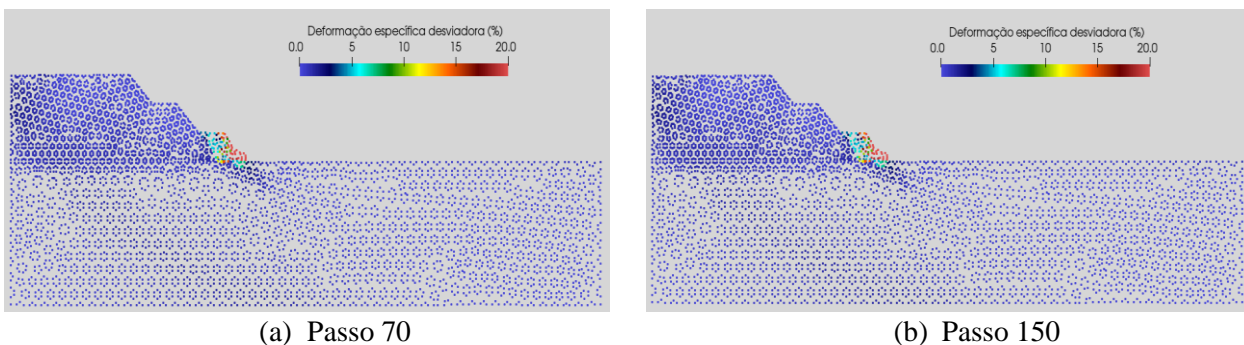


Figura 3. Avaliação da superfície de ruptura mobilizada com  $\phi'_{\text{residual}} = 25^\circ$ ; (a) para o passo 70, aproximadamente 1,7 minutos após o gatilho; e (b) para o passo 150, 15 minutos após o gatilho.

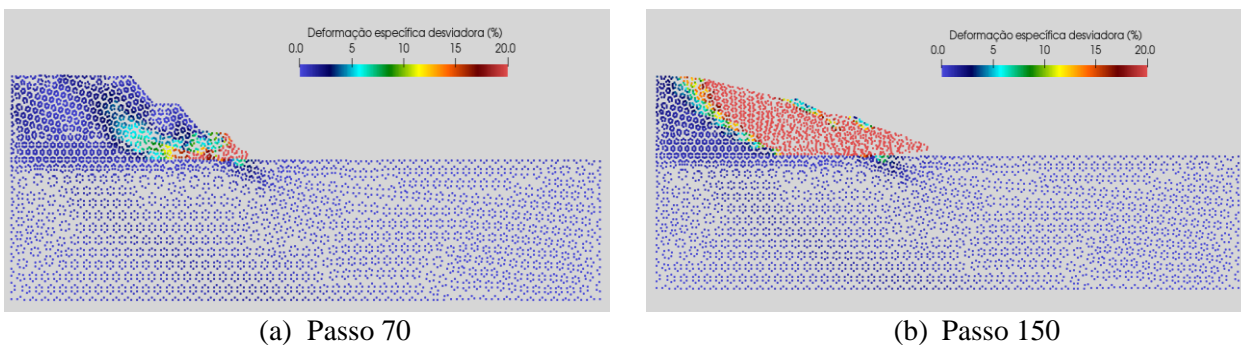


Figura 4. Avaliação da superfície de ruptura mobilizada com  $\phi'_{\text{residual}} = 14^\circ$ ; (a) para o passo 70, aproximadamente 1,7 minutos após o gatilho; e (b) para o passo 150, 15 minutos após o gatilho.

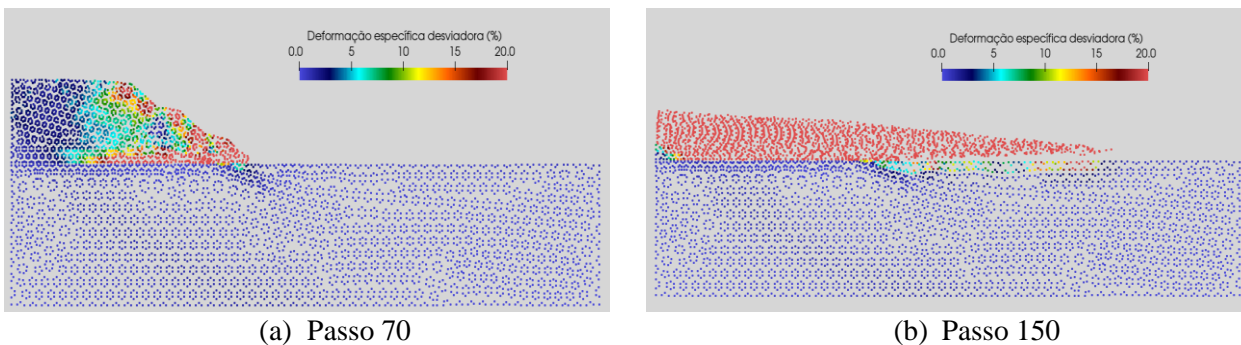


Figura 5. Avaliação da superfície de ruptura mobilizada com  $\phi'_{\text{residual}} = 2^\circ$ ; (a) para o passo 70, aproximadamente 1,7 minutos após o gatilho; e (b) para o passo 150, 15 minutos após o gatilho.

A fim de verificar a distância mobilizada pela ruptura do estéril, a Figura 6 apresenta um ponto no topo da pilha para as três análises já apresentadas, onde o deslocamento horizontal do ponto é comparado com o tempo de simulação. Nota-se que no início da curva o ponto está em repouso, após o gatilho (no passo 60), ele começa a se mover. E, ao final do percurso, o deslocamento horizontal se estabiliza, comprovando três etapas do mecanismo de deslizamento: a fase inicial, a fase de ruptura, e a fase de pós-ruptura citadas por Leroueil (2001).

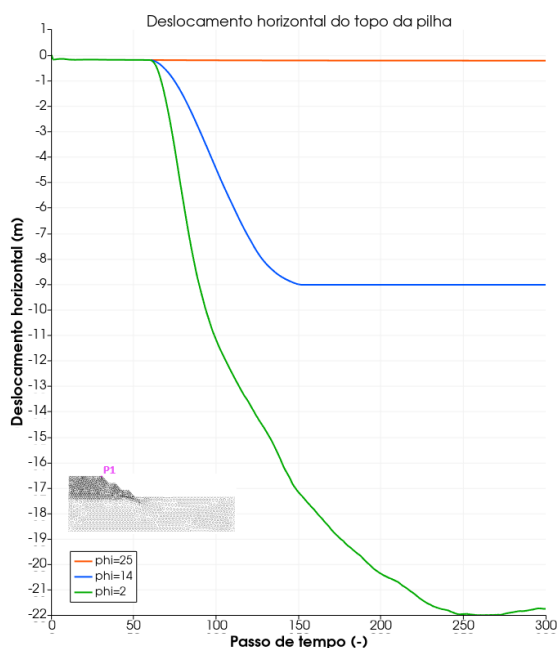


Figura 6. Deslocamento horizontal no topo da pilha ao longo do tempo de simulação.

## 4 CONCLUSÕES

O Método do Ponto Material revelou-se eficiente para analisar o comportamento de uma pilha de estéril quando se avalia sua susceptibilidade a romper de maneira brusca devido a gatilhos externos. O Anura 3D® aparenta ser uma ferramenta adequada que ofereceu os recursos necessários para executar este trabalho.

Mesmo que seja utilizado um modelo constitutivo simples, como o Mohr-Coulomb, pode-se avaliar a influência do ângulo de atrito para o movimento de massa estudado, e sua variação implica diretamente na distância percorrida pela massa instável.

Esta análise apresenta resultados que merecem um pouco mais de atenção para a prática de construção de pilhas de estéril. A influência do atrito na estabilidade da pilha indica que se deve evitar a degradação dos parâmetros de resistência durante a execução da pilha, garantindo os valores estabelecidos de projeto e cumprindo com os valores de compactação estabelecidos. Garantir controle tecnológico, ao longo das camadas de estéril, evita a degradação dos parâmetros de resistência da pilha durante a sua execução.

## AGRADECIMENTOS

À GEOCOBA pela disponibilidade de banco de dados e incentivo para a realização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anura3D MPM Research Community (2023) Anura3D Version 2023 Source Code, <[www.anura3d.com](http://www.anura3d.com)>
- Anura3D MPM Research Community (2023) Anura3D Tutorial Manual version 2023
- Anura3D MPM Research Community (2023) Anura3D Scientific Manual version 2023
- Blight G. (2010). *Geotechnical Engineering for Mine Waste Storage Facilities*. Taylor & Francis Group, London, UK. 641p.
- Caldwell, J.A.; Moss, A.S.E. (1981). The simplified analysis of mine waste embankments. *Symposium on Design of Non-Impounding Mine Waste Embankments*. Denver USA. AIME Fall Meeting.
- Coetzee, J., Vermeer, P. A., & Basson, A. H. (2005). The Modelling of Anchors Using the Material Point Method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29, 879-895.
- Conte E., Pugliese, L. & Troncone, A. (2019) Post-failure stage simulation of a landslide using the material point method, *Engineering Geology*, 253, p.149-159, <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.03.006>.
- Corominas, J. (1996) The angle of reach as a mobility index for small and large landslides. *Canadian Geotechnical Journal*, 33, p.260-271.
- Day, R. (2012). *Geotechnical Earthquake Engineering Handbook*, 2nd ed., The McGraw-Hill Companies, 692 p.
- Fatemizadeh, F. & Moorman, C. (2015). Investigation of the slope stability problem using the Material Point Method. *International Symposium on Geohazards and Geomechanics (ISGG2015)*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 26(1). DOI:10.1088/1755-1315/26/1/012019.
- Fern, E. J., de Lange, D.A., Zwanenburg, C., Teunissen, J. A. M., Rohe, A. & Soga, K. (2017). Experimental and numerical investigations of dyke failures involving soft materials, *Engineering Geology*, 219, p.130-139, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2016.07.006>.
- Leroueil, S. (2001). Natural slopes and cuts: Movement and failure mechanisms. *Geotechnique*, 51, p.197-243. DOI: 10.1680/geot.51.3.197.39365.

- Lorenzo, R., da Cunha, R. P., Neto, M. P., & Nairn, J. A. (2018). Numerical simulation of installation of jacked piles in sand using material point method. *Canadian Geotechnical Journal*. DOI: <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0455>.
- Toro, D. (2019). *Avaliação da influência das propriedades do material na evolução dos movimentos de massa utilizando o método do ponto material*. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-322/2019, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 140 p.
- Więckowski, Z. (2004). The material point method in large strain engineering problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, p.4417-4438. DOI:10.1016/j.cma.2004.01.035.
- Yerro, A., Rohe, A & Soga, K. (2017). Modelling internal erosion with the material point method. 1st International Conference on the Material Point Method, Delft, Netherlands. *Procedia Engineering*. 175, p.365-372. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.048.
- Zabala, F. & Alonso, E. E. (2011). Progressive failure of Aznalcollar dam using the material point method. *Geotechnique* 61(9), pp 795–808. DOI: 10.1680/geot.9. P.134.
- Zhang, X.; Chen, Z.; Liu, Y. (2017). *The Material Point Method: A Continuum-Based Particle Method for Extreme Loading Cases*, Elsevier Inc.